¿PURAS O APLICADAS?[1]

Referencia: 2002. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica.

La idea de la matemática separada del mundo empírico ha penetrado tanto en la conciencia de Occidente que el término "aplicación" encierra un gigantesco equívoco teórico. Da la impresión de que se hacen matemáticas más o menos en el vacío y que, luego, por la vía del ajuste que materializa la armonía preestablecida, estos resultados se usan para explicar o incidir en la realidad práctica. Sin pretender subvalorar el papel de las abstracciones "puras" (separadas de un objeto de aplicación) debemos señalar que el desarrollo matemático funciona de una manera muy compleja y variada. Mucho de la matemática hasta nuestros días se ha desarrollado a partir de las situaciones prácticas en las técnicas, en las ciencias particulares, en la cultura, etc.. Las nociones y métodos centrales de la matemáticas han estado ligadas al devenir material y social desde las primeras etapas de la historia humana. Esto lo queremos explicar mejor.

Para nosotros: lo que existen son "situaciones matemáticas", conjunción de condiciones que engendran la construcción matemática. En éstas aparecen diversos factores e influencias: las técnicas y las ciencias normalmente llamadas físicas, la cultura, el estado del conocimiento, las necesidades lógicas y teóricas de los campos de la matemática en consideración, y también las condiciones mentales del individuo que hace matemáticas. En esto el *azar* interviene de una manera muy especial. Siempre la forma en que se estructuran estas influencias es un hecho concreto. Si el resultado matemático debe verse siempre como una función de varias variables evaluada en un momento preciso, ¿dónde queda la dicotomía "abstracto-empírico" y "matemática pura *versus* aplicadas"? En el fondo, tal vez lo mejor sea decir que no existe la separación en compartimentos estancos de la matemática "pura" y la "aplicada". En este sentido, es preferible ver a las matemáticas como un proceso único en el que ha estado siempre presente una combinación permanente de lo más abstracto con lo más ligado al mundo empírico. A veces lo predominante es una cosa, a veces la otra. Nos repetimos: el análisis debe ser siempre concreto, es decir: específico, social e histórico.

La conciencia sobre lo anterior ha estado condicionada por visiones racionalistas sobre la matemáticas. Lo típico ha sido, por ejemplo al mirar el antiguo mundo, solamente ver lo abstracto, lo axiomático, lo deductivo, lo racional, lo "puro". Como diría Bachelard: el presente ilumina el pasado; pero muchas veces se usa antojadizamente la interpretación histórica,

---

[1] Los párrafos de este artículo han sido tomados del libro de Angel Ruiz: *El desafío de las matemáticas*, publicado por la Editorial de la Universidad Nacional en el año 2000, ensayo ganador del certamen UNA PALABRA 1998.

aquella que más sirva a los modelos conceptuales del presente. Por eso pensamos que no se ha apreciado suficientemente que aunque Euclides o Arquímedes formularon sus resultados axiomática y deductivamente, estaban comprometidos en una relación íntima con el mundo material, al que querían explicar. La búsqueda de fundamento en geometría euclídea no era el deseo de una voluntad deductiva "pura" sino la búsqueda por asegurar la verdad, una descripción correcta de la realidad. Es imprescindible buscar un equilibrio en la interpretación histórica.

En los trabajos matemáticos de la Antigüedad al igual que de todas las épocas lo abstracto y lo empírico (lo "aplicado"), se sumaron combinados en una indagación del mundo. ¿Qué son por ejemplo los términos primitivos de la geometría, el plano, la recta y el punto, sino abstracciones útiles para manejar el entorno? En la mayoría de textos elementales de geometría se pierde la perspectiva: se declaran como primitivos, por definición, abstractos. Pensemos en un cuerpo sólido, un tronco, una esfera. Cortar de un golpe un sólido ofrece un *plano*, y a este otro golpe de cuchillo y tenemos una *recta* y si seguimos un tercer golpe nos da un *punto*. Del mundo tridimensional que constituye nuestro entorno inmediato sacamos los conceptos básicos de la geometría clásica. Si añadimos la dimensión dada por el *tiempo* encontramos los *métodos infinitos*, el tratamiento de la *continuidad*, propia del análisis. Podemos enfatizar los axiomas de Euclides y el rigor de la deducción dentro del edificio conceptual, esto es importante, pero también resulta importante lo otro: nunca olvidar las dimensiones prácticas, el contacto con el mundo, y el carácter humano e histórico de la construcción matemática. Un buen ejemplo son los métodos de *exhausción* de Eudoxo y Arquímedes, que apuntaban al cálculo de áreas; se trataba de la aproximación del área del círculo por polígonos regulares. No olvidemos cómo Arquímedes, y a manera de un signo de ese manejo de entorno, obtuvo la famosa relación de 3/2 entre los volúmenes o áreas superficiales de un cilindro circular recto y de una esfera inscrita: epitafio de su tumba, según Plutarco al contar la vida del general romano Marcelo. Y el peso relativo de los materiales, que refiere a aquella anécdota de un Arquímedes en la Siracusa de Herón, en una tina de baño y luego desnudo en carrera gritando por las calles "*eureka".* El formidable palimpsesto descubierto en 1906: *Sobre el método,* con heurística y múltiples "escaleras" empíricas, ¿acaso no nos muestra la forma de hacer matemáticas de Arquímedes? Arquímedes, padre de la física y las matemáticas más elaboradas de la Antigüedad, ¿por casualidad?

Y en la historia más reciente, en el Cálculo Diferencial e Integral: ¿podemos olvidar que Newton consideraba sus derivadas (sus *fluxiones*) como simples *velocidades*? ¿Cómo separar sus matemáticas de su mecánica, y no recordar ese monumento al pensamiento moderno publicado en 1687: *Philosophiae naturalis principia mathematica*? Fue

Newton el padre de la física de la *modernidad*, de nuestra época (tanto que Voltaire lo tradujo al francés en la antesala de la Revolución Francesa).

En el siglo XVIII, Euler, el más prolífico de los matemáticos -con Cauchy- usaba la mecánica analítica, calculaba la perturbación de los cuerpos celestes en la órbita de un planeta y las trayectorias de proyectiles en medios con resistencia específica. ¿No fue Euler el mismo que estudió la propagación del sonido y la consonancia y disonancia musicales? Y fue también, lo que no se recuerda normalmente, el primer científico del XVIII que afirmó el carácter *ondulatorio* de la luz; además, por si faltara, estudió el movimiento de los fluidos (con ecuaciones diferenciales) y hasta lo aplicó a la circulación de la sangre. Matemáticas y mundo, de nuevo.

El gran Gauss, mientras fundaba la teoría abstracta de números y hacía progresar el cálculo y la geometría diferenciales, no cejaba en sus quehaceres en la astronomía (recuérdese su trabajo para determinar la trayectoria de Ceres) y la mecánica; precisamente, síntesis de geodesia y cartografía: *Disquisitiones generales circa Superficies Curvas* (1827). La vinculación con el mundo, la inspiración para su indagación y manipulación, siempre han sido parte del quehacer matemático. Y esto debe ponerse en relieve a la hora de interpretar su naturaleza.

De la misma manera, y para no dar pie a mal entendidos: las motivaciones por la abstracción y la generalización son también parte de la esencia de estas ciencias. Un magnífico ejemplo: Leibniz no usó velocidades para descubrir sus derivadas, su fundamento era lógico y algebraico. Es difícil pensar que Cantor asociara sus *transfinitos* al mundo. Los cuaterniones de Hamilton no eran inducciones del mundo.

¿Y las geometrías no euclídeas? Aquí tenemos un ejemplo de esa combinación extraordinaria de los influjos más abstractos y su vínculo con el mundo. Ruptura con la afirmación euclidiana de la realidad, demoledora de filosofías sobre las matemáticas (Kant), y señal de lo abstracto y puro, pero también respuesta a una forma matemática distinta de interpretar el mundo. Lo abstracto y lo empírico. El mismo Gauss consideraba que su geometría no euclidiana poseía un sentido físico. Hay modelos de las geometrías hiperbólicas que las vinculan a la euclídea: Beltrami-Klein, Poincaré. Y la *geometría esférica* ¿no es acaso la mejor "representación" de la geometría de Riemann? ¿Qué más real que hacer geometría en la esfera con geodésicas, meridianos, y combinación de propiedades naturales de un "mundo cuasiesférico achatado en los polos"? Y si nos vamos al espacio estelar, ya en la *Relatividad* de Einstein, geometrías hiperbólicas tan abstractas y "raras" son las que nos sirven para explicar el comportamiento de los rayos de luz cuando éstos se curvan por la influencia de los astros celestes.

En la construcción matemática siempre encontramos esa misteriosa combinación de lo "puro" y lo "aplicado", de lo abstracto y lo empírico. Es aquí donde se entiende bien lo que dice Von Neumann: "El hecho más vitalmente característico de la matemáticas está, en mi opinión, en su completamente peculiar relación con la ciencias naturales". No se puede entender y usar la naturaleza de las matemáticas apropiadamente sin subrayar esta extraordinaria situación, cuya influencia penetra en el resto de las ciencias. Y, por supuesto, esto posee consecuencias importantes para la educación matemática y la práctica matemática en general.

La historia de las construcciones matemáticas, de sus impulsos, sus motivaciones diversas, y de su aplicación, es precisamente la única historia de las matemáticas, la *de carne y hueso*: en la comprensión de su naturaleza, porque tantas veces se olvida, deseamos subrayar su sentido histórico, concreto, su relación con el mundo.