



# I CEMACYC

I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

6 al 8 noviembre. 2013

[i.cemacyc.org](http://i.cemacyc.org)

Santo Domingo, República Dominicana



## **Análisis del discurso oral de profesores universitarios al explicar la noción matemática de variación**

Waldo Antonio **Torres** Vázquez  
Universidad de Puerto Rico  
Puerto Rico  
[waldo.torres@upr.edu](mailto:waldo.torres@upr.edu)

### **Resumen**

En este artículo se analiza el discurso oral de tres profesores expertos al enseñar la noción matemática de variación a grupos pequeños de estudiantes universitarios. Usando un diseño de investigación cualitativa, y técnicas de análisis del discurso, se estudiaron los modos discursivos de los profesores y se relacionaron con las posturas epistemológicas que estos demostraban en la clase. Los hallazgos revelan la importancia del cuestionamiento y la argumentación como elementos esenciales de una cultura de enseñanza y aprendizaje en construcción. Se observó también una estrecha relación entre las mezclas de los modos discursivos utilizados y el manejo de las diferentes representaciones semióticas de las funciones matemáticas, usadas como vehículo para desarrollar la noción de variación. También se discute la relación entre las estructuras lingüísticas utilizadas y el proceso de construcción de relaciones sociales en la sala de clases.

*Palabras clave:* discurso oral, variación, epistemología, modos discursivos, representaciones semióticas, profesores universitarios, relaciones sociales.

### **Introducción**

La noción matemática de *variación* es fundamental para que los estudiantes<sup>1</sup> puedan comprender cómo los cambios en una variable causan cambios en otra variable relacionada. Por lo tanto, los conceptos matemáticos de *variable* y *función* están estrechamente relacionados con la noción de variación. Si dos cantidades variables se pueden relacionar de manera que cada valor de alguna de ellas se asigna o relaciona con algún valor único de la otra decimos que las

---

<sup>1</sup> En este artículo los términos “estudiantes” y “profesores” se refieren a los y las estudiantes, así como a los profesores y las profesoras.

dos variables están relacionadas por una función. Si  $y = f(x)$  es una función matemática donde  $x$  y  $y$  son las variables relacionadas por la función  $f$ , y el valor de  $x$  cambia por cierta magnitud, digamos  $\Delta x$ , entonces la noción de variación nos permite estudiar la magnitud del cambio en la variable  $y$ , conocida como  $\Delta y$ . La variación se utiliza, por ejemplo, para introducir las aproximaciones iniciales del concepto de *derivada* como un cociente diferencial y para el aprendizaje de las transformaciones en las gráficas de funciones.

Según Reséndiz (2006), la noción de variación no es necesariamente un objeto explícito en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, pero es parte fundamental de muchas prácticas discursivas en esa materia. “El uso sistemático de la noción de variación se hace a través de su asociación con conceptos como el de crecimiento y decrecimiento de las funciones” (Reséndiz, 2006, p. 438). En su estudio exploratorio, Díaz (2005) investigó varios grupos de estudiantes que fueron expuestos a experiencias planificadas de aprendizaje que incluían la noción de variación. El propósito era analizar, desde una perspectiva reflexiva-cualitativa, los modos de pensar de los estudiantes sobre esta noción matemática. En particular, se identificó el uso de metáforas, corporales y conceptuales, para analizar las prácticas sociales vinculadas a la construcción de significados. Uno de los proyectos que ha generado varias investigaciones sobre el tema es el denominado *Pensamiento y Lenguaje Variacional*, desarrollado en Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, en México. Varios trabajos de investigación originados en este Centro han demostrado “la existencia de robustas dificultades para tratar cuestiones que exigen algún tipo de estrategia variacional” (Cantoral & Reséndiz, 2003, p. 35). Estas dificultades pueden ser de diferente naturaleza pero, en general, se agrupan en dos categorías, a saber: (1) las que se relacionan con el dominio de los procedimientos algebraicos para establecer y usar variaciones, y (2) las de tipo conceptual-cognoscitivo que impiden al estudiante reconocer la relación causal entre dos variables que cambian de valor.

Algunos resultados de investigaciones han puesto de relieve el papel fundamental que tiene el discurso oral de profesores y estudiantes en el desarrollo de las dificultades para el aprendizaje de la variación (Cantoral & Reséndiz, 2003; Reséndiz, 2006). Estos discursos se dan de manera concurrente, en muchas ocasiones espontánea, y se ha documentado que unos influyen en otros; aunque ese grado de influencia aún no se ha logrado precisar (Piccolo et al., 2008). Sin embargo, Reséndiz (2006, 2010) ha estudiado el papel que juega el discurso oral que se usa para enseñar y aprender la noción de variación en estudiantes universitarios, documentando elementos discursivos utilizados por el profesor para generar acuerdos sociales, así como la construcción de conocimiento, personal y compartido, sobre la variación.

El discurso oral de los profesores, así como todo su sistema de prácticas de enseñanza, está influenciado por sus posturas epistemológicas sobre las Matemáticas, y sobre cómo se enseña y cómo se aprende. Aunque Sierpinska y Lerman (1996) aclaran que las epistemologías no se transfieren directamente a las prácticas de enseñanza, la influencia de las primeras es indirecta, pero esencial, y muy debatida en la construcción de aproximaciones teóricas. Un aspecto epistemológico fundamental que se pone de manifiesto cuando los profesores de Matemáticas enseñan la noción de variación (junto con los conceptos de variable y función) es la elección y el uso que le dan a los *registros de representación semiótica* de las funciones: gráfica, numérica y algebraica. Estos registros están también directamente relacionados con la naturaleza del discurso oral utilizado para enseñar y aprender. Varios investigadores (Font, Bolite, & Acevedo, 2010; Gagatsis, Elia, & Mousoulides, 2006; Trinter & Garofalo, 2011) han estudiado la relación

entre las representaciones semióticas de las funciones y la comprensión de los conceptos matemáticos que están siendo representados.

El estudio de las secuencias discursivas tiene importantes implicaciones para la práctica educativa, particularmente desde la perspectiva filosófica del *interaccionismo simbólico*. Esta perspectiva pragmática requiere un reconocimiento de la importancia de la cultura en la planificación de los procesos educativos. Los significados no se desarrollan estrictamente de manera individual, sino como resultado de las interacciones de los aprendices como parte de una cultura. Lo importante es que no se trata de la adaptación a una cultura previa o existente, sino que la construcción de los significados contribuye a la formación de la cultura de la clase, pues hay significados *personales* que se pueden negociar colectivamente y otros que emergen naturalmente de las interacciones. Godino, Batanero y Font (2009) hacen énfasis en el uso del lenguaje como herramienta en la negociación de significados durante las interacciones, y nuestros hallazgos ponen de relieve la importancia del *cuestionamiento y la argumentación* como elementos esenciales de esa *cultura en construcción*.

### Propósito

Asumiendo la definición de *discurso* como “lenguaje puesto en acción”, desarrollamos este proyecto de investigación con el propósito de analizar el discurso oral de profesores universitarios, cuando enseñan la noción matemática de variación a un grupo de estudiantes. El objetivo particular de nuestro análisis fue caracterizar, principalmente, la naturaleza lingüística del discurso oral docente y relacionarlo con las posturas epistemológicas que los profesores demuestran cuando enseñan la noción de variación. Además, estudiamos la elección y el uso que los profesores hacen de las representaciones semióticas de las funciones matemáticas (gráfica, numérica y algebraica) en sus discursos orales, y cómo esto se relaciona con las mezclas de modos discursivos y posturas epistemológicas observadas. Finalmente, se estudió también el uso de construcciones lingüísticas en función del desarrollo de las relaciones e interacciones sociales en la sala de clases.

### Métodos

#### Recopilación de los datos

Todas las partes de esta investigación se realizaron en la Universidad de Puerto Rico en Cayey<sup>2</sup> y los datos principales se obtuvieron de tres clases, de aproximadamente una hora de duración cada una. En cada clase un profesor explicó la noción de variación a un grupo de dos estudiantes que le fueron asignados, asegurando que no habían tomado clases, previamente, con él o ella. Las clases se ofrecieron en días diferentes, entre octubre y diciembre de 2012, en una sala de clases tradicional, con los estudiantes sentados en torno a una mesa y el profesor usando sólo una pizarra y marcadores. Los tres profesores tenían al menos 5 años de experiencia en la enseñanza Matemáticas o Física a estudiantes de nivel universitario en Puerto Rico, y los seis estudiantes eran de primer y segundo año de bachillerato en Ciencias o Educación en Ciencias. Las clases se grabaron, en audio y video, y se transcribieron detalladamente. Los datos adicionales para la triangulación se obtuvieron de: los apuntes escritos (bitácoras) que hicieron

---

<sup>2</sup> Para esta investigación se utilizaron fondos semilla otorgados por el Decanato de Asuntos Académicos de la UPR en Cayey, como parte de su proyecto de apoyo a la investigación docente (Proyecto FIDI).

los estudiantes mientras interactuaban con el profesor en clase y los cuestionarios reflexivos de todos los participantes. No se ofrecieron exámenes de ningún tipo, ni evaluaciones de los estudiantes hacia el profesor; intentando que las interacciones sociales en la sala de clases ocurrieran de la forma más natural posible.

### Procedimiento para el análisis de los datos

Para el análisis se utilizaron múltiples técnicas dentro del paradigma de la investigación cualitativa, aunque todas centradas en un **diseño de Teoría Fundamentada complementado con un enfoque de Análisis de Discurso**. Con este diseño se pretende representar y analizar los datos con toda la complejidad que estos presentan, sin depender de juicios previos enmarcados en teorías pre-existentes. En particular, utilizamos el *enfoque constructivista* de Teoría Fundamentada, desarrollado por Charmaz (2006), y reconocido por su énfasis en la relación del investigador con los participantes (Birks y Mills, 2011). El análisis de los datos se realizó de forma no lineal con ciclos de retroalimentación y dividido en cuatro fases, como se describe a continuación.

**Primera fase.** Para la codificación inicial, o abierta, se utilizaron las técnicas de la *comparación constante* y los *memos analíticos*, en la plataforma electrónica del programa NVivo-10. El análisis ese enfocó en identificar grupos de palabras según su naturaleza lingüística (preguntas, metáforas, verbos de acción para operaciones matemáticas, adjetivos para describir la variación, etc.). En la etapa de codificación intermedia fue evidente que necesitábamos categorías que describieran características del discurso que evidenciaran las *intenciones* del hablante, así como sus construcciones lingüísticas. Para lograr esto se seleccionó un subconjunto de los *modos discursivos* más comunes. Los modos discursivos son los procedimientos usados para ordenar las categorías de la lengua en función de las finalidades discursivas, o modos de organización del discurso, durante el acto de comunicación. Esto produjo un conjunto de 15 códigos nuevos, agrupados en 4 categorías, que se describen en el siguiente diagrama (Figura 1). Las primeras tres categorías corresponden exclusivamente a modos discursivos del profesor y en la cuarta categoría se recoge el breve intercambio oral que cada profesor tuvo con sus estudiantes.

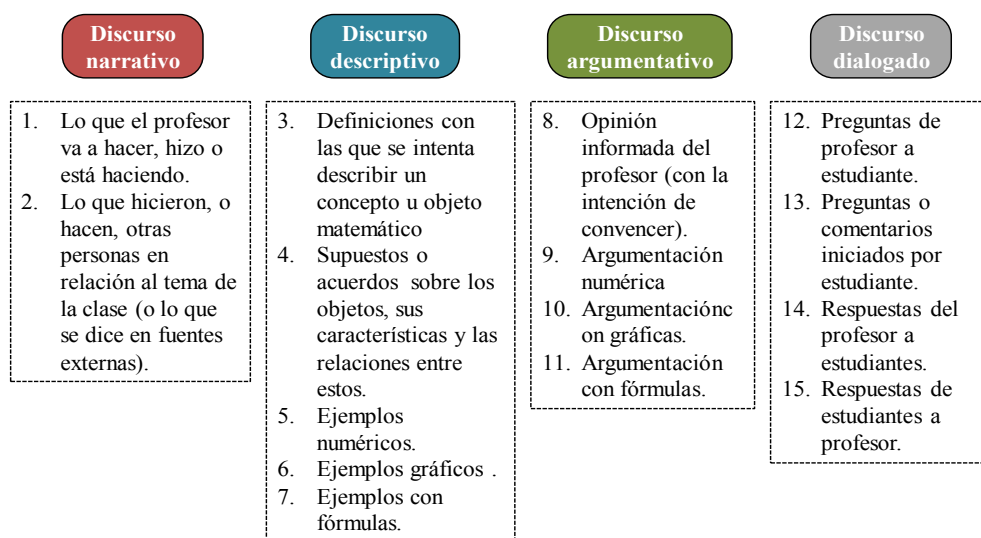


Figura 1. Distribución de los 15 códigos en las 4 categorías definidas.

**Segunda fase.** Iniciamos esta fase convencidos de que las relaciones entre categorías no eran de jerarquías, o de causa-efecto, sino complementarias y “asociativas”; por lo cual nos propusimos estudiar el *fluir* de los discursos en cada clase. Para esto se diseñó una técnica original de construcción de gráficas que ilustra el cambio de códigos y categorías “momento a momento”. A esta herramienta gráfica que facilita el análisis longitudinal de los discursos en la sala de clases le hemos llamado EKG, pues tienen el aspecto general de un *electrocardiograma del discurso en la clase*. En la Figura 2 aparece una porción de la gráfica EKG usada en el análisis de una de las clases.

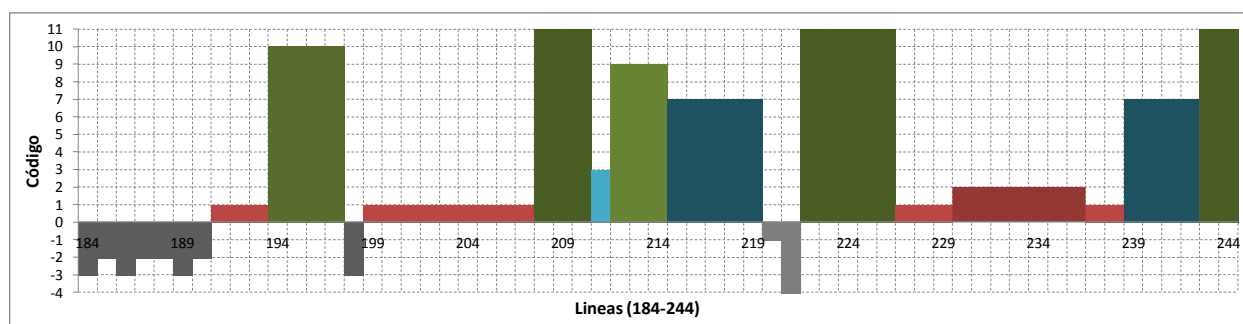


Figura 2. Porción de gráfica EKG utilizada para analizar la segunda clase

Con esta herramienta, aplicada a las transcripciones de todas las clases, se identificaron patrones discursivos emergentes, y mezclas de discursos, así como la frecuencia relativa y la ubicación de cada uno de los discursos representativos, en cada parte de cada clase. Finalmente se estableció la frecuencia y orden de los segmentos de discurso que utilizaron los registros numérico, gráfico y algebraico para las funciones matemáticas.

**Tercera fase.** En esta fase se utilizaron varias técnicas de *análisis de discurso* para identificar las posturas epistemológicas de cada profesor, en relación con las Matemáticas y su enseñanza. Preferimos la espontaneidad del análisis “en vivo” de cada clase, en vez de preguntar directamente a cada docente sobre sus posturas filosóficas; y justificamos cada elección con referencias de citas sobre la clase y su comparación con las descripciones formales de las diferentes posturas epistemológicas. Además, utilizamos la tipología presentada por Gee (2011) y lo reportado por Herbel-Eisenmann et al. (2010) sobre la noción de *conjunto léxico* para identificar palabras o frases cortas, repetidas con mucha frecuencia, que le añaden una “marca especial” al desarrollo del discurso oral. Estos conjuntos léxicos se relacionan con sentimientos, actitudes y valores que, para propósitos de nuestra investigación, son importantes como evidencia de las interacciones sociales que ocurren en cada clase.

**Cuarta fase.** En esta última fase se retomó la comparación constante y el análisis de los memos analíticos para encontrar los patrones y recurrencias que permitieron desarrollar una *síntesis conceptual* para proponer una *teoría explicativa*. Esta teoría intenta establecer las relaciones entre los discursos y las respectivas posturas epistemológicas de los docentes. También se concluye con argumentaciones teóricas sobre la relación entre los discursos de los

profesores y la construcción de las relaciones sociales en la sala de clase, así como la relación de los primeros con el tratamiento que hacen de las representaciones semióticas de las funciones.

### Análisis y resultados

#### Los modos discursivos y las posturas epistemológicas

En la Tabla 1 se resume el perfil de modos discursivos utilizados por los profesores en cada clase analizada, según se distribuyen en los códigos y categorías utilizadas. En la primera clase el profesor demostró una postura epistemológica cónsona con el *constructivismo moderado* y un énfasis marcado en el modo discursivo dialogado. El profesor de la segunda clase usó extensamente el modo narrativo y demostró una postura epistemológica *naturalista* de las Matemáticas, y el de la tercera clase se valió de un manejo extenso de la argumentación y la descripción, exhibiendo una postura epistemológica *socio-antropológica*.

Tabla 1. Frecuencia porcentual del texto analizado en cada clase, según su código y categoría.

Categorías	Códigos	% Clase 1	% Clase 1	% Clase 2	% Clase 2	% Clase 3	% Clase 3
Narración	1	10.2	11.4	11.3	47.0	4.6	6.5
	2	1.2		35.7		1.9	
Descripción	3	5.4	18.1	3.7	16.2	3.5	30.5
	4	5.3		3.4		6.5	
	5 (n)	2.9		0.6		12.7	
	6 (g)	4.1		0		3.7	
	7 (f)	0.4		8.5		4.1	
Argumentación	8	2.5	21.6	11.5	27.2	20.9	39.2
	9 (n)	8.3		0.6		10.5	
	10 (g)	6.0		0.8		1.6	
	11 (f)	4.8		14.3		6.2	
Diálogo	-1 y -4	47.3	48.9	1.4	9.6	7.3	23.7
	-2 y -3	1.6		8.2		16.4	

Es evidente que en cada clase se observan con más frecuencia *parejas* de modos discursivos (sumando al menos el 70% de todo el texto analizado en cada clase) pero siempre incluyendo con énfasis el modo *argumentativo*. En la primera clase, el profesor constructivista asumió la existencia de un conocimiento pre-existente que los estudiantes deben reconstruir y se valió del diálogo para provocar esa *reconstrucción*, mientras interactuaba con los estudiantes. El profesor usó como punto de partida las definiciones de dos tipos de variación (conocimiento pre-existente) e hizo referencias frecuentes al *trabajo* que realizarían, como por ejemplo: “*recuerde que lo que vamos a trabajar son dos ejemplos*” y “*vamos a estar trabajando el concepto de variación*”; implicando la gran cantidad de cómputos por hacer, pero también la gran cantidad

de preguntas de reflexión que serían formuladas. En este caso el “trabajo” es la construcción, o reconstrucción, conceptual que se lograría con el estudio de los ejemplos a presentarse.

Según Kitcher (1988) la postura naturalista, observada en la segunda clase, tiene como característica importante su carácter social e histórico y la importancia que concede a la práctica. Esto coincide con la insistencia del profesor en narrar con detalle los referentes históricos, como cuando dice: “*estoy hablando de la Matemática occidental que se nutrió de esas otras Matemáticas pero que se fue relegando como una tradición en sí misma*”; y la constante referencia a hechos prácticos como: “*una ecuación que describía las vibraciones de una cuerda y la naturaleza de sus soluciones, era un debate y ahí se vieron forzados a pensar mejor qué quería decir que una variable fuera función de otra*”. Aunque ésta fue la clase de menor participación de estudiantes en secuencias dialogadas, ésta ocurrió principalmente por iniciativa de los propios estudiantes, como se muestra en el siguiente fragmento de diálogo entre el profesor (P) y el estudiante (E).

P: *Si tú estableces esa variación entre ellas, tú puedes producir bien fácil una ecuación.*

E: *Pero eso es en formas bien básicas de relación.*

P: *Sí, sí... pero entonces tú vas a ver qué se puede.*

E: *Aplicar.*

P: *No... se puede ampliar, se puede aplicar obviamente pero... de hecho, por ejemplo, que se yo, Leonardo Da Vinci... todas las leyes que propuso, por las cuales es tan famoso... todas eran lineales.*

E: *¿Todas?*

P: *Todas. Él siempre pensaba que la naturaleza se comportaba de esa manera... lo cual es falso, ¿ok?*

Decimos que la postura epistemológica observada en la tercera clase es socio-antropológica tomando como punto de partida la *Teoría de Situaciones Didácticas* de Brousseau (1990, 1991), que forma parte de los enfoques antropológicos modernos para la enseñanza de Matemáticas, y que afirma que un concepto no se desarrollará, si el sujeto nunca tiene una necesidad del mismo. Este profesor usó a menudo ejemplos relacionados con aspectos relevantes del diario vivir, recreando la necesidad de formar una noción clara de variación, como por ejemplo cuando dice: “*Pues yo hago una regla y espero que la gente bajita tenga valor más pequeño que la gente alta, ¿verdad?*”; o cuando explica que “*el peso generalmente tiene que ver con la salud del nene, así que uno dice ¿qué está pasando que las mamás tienen nenes que son con un peso bien pequeño, ¿por qué?*”. El fin no es que los estudiantes repasen un proceso histórico-cultural del desarrollo de un concepto, sino conducir una enseñanza directa del concepto ya conocido, pero repitiendo las aproximaciones que históricamente dieron origen al concepto mismo.

### **Representaciones semióticas de funciones**

El siguiente diagrama (Figura 3) resume los hallazgos sobre los tipos de representaciones semióticas de funciones utilizadas en cada clase. Podemos concluir que existe también una estrecha relación entre las diferentes posturas epistemológicas observadas y el manejo de las diferentes representaciones semióticas de las funciones matemáticas.

Representación semiótica de funciones	Clase observada	Características
Todas (en balance)	Primera	Presentadas en estricto orden: numérica, gráfica y luego algebraica
Principalmente numérica	Tercera	Para asociar el concepto con una métrica
Principalmente gráfica	(ninguna)	(uso moderado para apoyar relaciones numéricas)
Principalmente algebraica	Segunda	Como síntesis abstracta de conocimiento pre-establecido

Figura 3. Características del uso de representaciones semióticas de funciones.

El profesor *constructivista* (primera clase) organizó cada ejemplo manejando en estricto orden las representaciones numérica, gráfica, y luego la algebraica; sin convertir a ninguna de ellas en protagónica. Esta elección es común en clases que introducen un concepto enmarcado con un discurso constructivista, pues provee a los estudiantes herramientas variadas de análisis para que el estudiante, en su momento, pueda construir aquella representación conceptual que le parezca más apropiada. Además, la variedad de representaciones facilita el diálogo y la argumentación en grupos de estudiantes con trasfondos heterogéneos que, sin embargo, se pueden sentir motivados a participar de las interacciones en la clase. De otra parte, resultó muy apropiado el énfasis absoluto que el profesor *naturalista* (segunda clase) hizo de la representación algebraica de las funciones, pues sirvió como recurso de *síntesis*, al recoger los elementos esenciales del desarrollo conceptual-histórico que se presentaron en una clase introductoria y con tiempo limitado. En general, las otras dos representaciones de las funciones, y particularmente la numérica, se utilizaron al enseñar la noción de variación con más frecuencia en las secuencias descriptivas y argumentativas iniciales, probablemente debido al más bajo nivel de abstracción que estas representaciones suponen. Éste no era el enfoque de la segunda clase, cuyo objetivo parecía más presentar una apretada síntesis conceptual para motivar luego otro nivel de análisis sobre el concepto. Fue en la tercera clase, del profesor que exhibió una postura *socio-antropológica*, que se observó el énfasis marcado, y casi absoluto, en el manejo de la representación numérica pues sirvió como recurso esencial para reconstruir una definición de la variación como una métrica para el *grado de heterogeneidad*.

### Las relaciones sociales

En las tres clases analizadas el discurso predominante fue el del profesor. Este modelo es común en las cátedras universitarias, donde impera la idea de que el profesor es portador del “saber sabio”, delegando a los estudiantes un rol más pasivo de asimilar información y aclarar dudas. Para intentar crear un clima de empatía y confianza durante la clase, el profesor

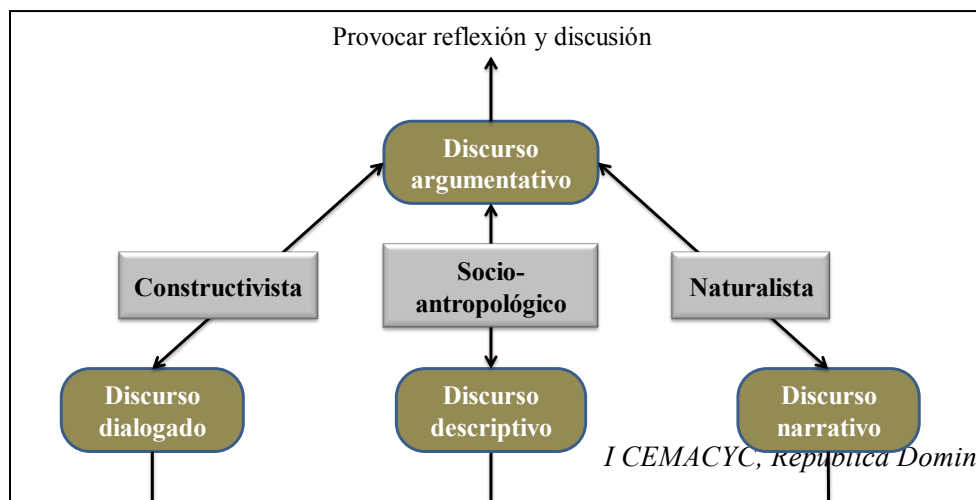


*constructivista* manejó extensamente conjuntos léxicos que terminaban con la interrogante “¿qué?”, en un intento por lograr la participación de los estudiantes con respuestas directas y específicas. Una vez los estudiantes reconocen que pueden aportar respuestas correctas (aunque breves) se deben sentir en más confianza de responder preguntas más reflexivas o, inclusive, formularlas en la clase. Claro que para que esto ocurra tiene que haber un tiempo de maduración en las relaciones sociales, que no fue posible observar en esta investigación.

De forma parecida, el profesor de postura *socio-antropológica* se valió de los conjuntos léxicos “¿verdad?” y “¿está bien?” con propósitos análogos, pero en este caso la intención era mantener una especie de “conversación retórica” (pues las preguntas no se hacían con la intención de recibir respuesta) que comunicara la idea de que el profesor buscaba la *aprobación* de los estudiantes durante su exposición. El tono suave y el ritmo rápido que usó el profesor con estos léxicos se entendía como un mensaje de “ustedes me pueden corregir porque puedo cometer errores, y eso está bien”. El profesor *naturalista*, por su parte, recurrió más al tuteo y al uso frecuente de expresiones coloquiales con la intención de comunicar un clima de apertura al diálogo. Es significativo que la (escasa) participación de estudiantes en esta clase fuera, sin embargo, más espontánea; buscando indagar más en las explicaciones o narraciones del profesor.

### Discusión

El análisis de las categorías en este estudio, enriquecido con el enfoque del análisis discursivo y la reflexión sobre el ambiente de relaciones sociales en la clase, nos permite esbozar una teoría general que se ilustra en el diagrama de la siguiente página (Figura 4). Aunque se observaron mezclas de *pares* de modos discursivos, con relativos grados de énfasis, la *argumentación* fue el modo discursivo predominante en todas las clases. Esto era de esperarse por la marcada relación de poder en las salas de clases de Matemáticas, ubicando al profesor en el rol de “*argumentar para provocar reflexión y discusión*”. Pero los modos en que cada profesor argumenta son muy variados y, evidentemente, influenciados por las posturas epistemológicas que demuestran en cuanto a las Matemáticas y su enseñanza. El profesor *constructivista* mezclará más las argumentaciones con el diálogo, buscando *negociar* con los estudiantes hasta que afloren concepciones personales de lo aprendido. El diálogo puede ser más unidireccional (originado principalmente por el profesor) cuando el proceso de construcción es más *guiado*, para retar o motivar a los estudiantes; o más bidireccional (con origen tanto en estudiantes como en profesores) cuando se trata de un constructivismo más *radical* que intente lograr una negociación, o acuerdo, en torno al concepto estudiado.



*Figura 4.* Construcción teórica propuesta entre posturas epistemológicas y las mezclas de modos discursivos.

En cambio, el profesor naturalista narrará “el cuento” necesario para que los conceptos específicos explicados (micro) se vinculen con la reflexiones históricas (macro), con la expectativa de que la fusión de ambas produzca una imagen conceptual más clara y duradera. En este caso la narración extensa (sea para expresar expectativas o hechos) se convierte en una especie de “argumentación teórica”; que apoya el tratamiento de ejemplos y expectativas particulares de la clase. De otra parte, el profesor cuya postura epistemológica es socio-antropológica utilizará las argumentaciones como vehículo principal, y las descripciones como apoyo, para mover la clase hacia un auto-reconocimiento de parte de los estudiantes de *qué es, por qué es, cómo es, y cómo se utiliza* un concepto particular.

Al enfocar el discurso didáctico con marcada presencia del modo argumentativo, los profesores intentan provocar la discusión, más o menos crítica, dependiendo de la intrincada mezcla que cada cual haga con otros modos discursivos; para eventualmente provocar la construcción de significados personales en los estudiantes. Son estas *mezclas* de modos discursivos las que dan un sello personal a la clase de cada profesor. En general, observamos cómo en todas las clases el modo discursivo *descriptivo* aportó contexto para las argumentaciones (especialmente por medio del planteamiento y solución de ejemplos). En este sentido, se utilizó para clarificar y apoyar la construcción conceptual de los significados de la noción de variación, según presentados por cada profesor. De otra parte, el modo narrativo fue utilizado de formas variadas. En un caso este modo narrativo se utilizó para marcar pausas en la clase que servían para reducir la densidad y abstracción del tema central, mientras se narraba la historia de por qué se podía hacer lo que se argumentaba y describía. Estas pausas, que no deben verse como distractores de las secuencias didácticas, son efectivas cuando el discurso se cambia, brevemente, al modo narrativo, y se permite decir y escuchar las historias que sustenten la conceptualización teórica en desarrollo. En otro caso se usó la narración como modo protagónico para contextualizar el aprendizaje con referencias al desarrollo histórico de los conceptos y, aún en otro caso, apenas estuvo presente pues “el cuento que había que contar” se estaba hilvanando con mezclas de argumentación y descripción en una secuencia de ejemplos planificados.

### **Comentarios generales, limitaciones y recomendaciones**

Una característica relevante, que se desprende de las tres clases observadas es la escasa participación de los estudiantes universitarios en los diálogos durante la clase y el predominio del discurso de los profesores, tanto en extensión de tiempo, como en la profundidad de los contenidos. Esto es análogo a lo reportado por Radovic y Preiss (2010) en aulas de Matemática de Segundo Ciclo Básico en Chile. Estos investigadores encontraron que “parecieran haber más semejanzas que diferencias en términos del discurso del profesor cuando se dirige a todos los alumnos de la sala” (p. 77). Este modelo de poca participación estudiantil se reconoce como

común en las “cátedras universitarias”, pero parece ser de mutuo acuerdo en la dinámica social universitaria pues las pocas reflexiones personales que los estudiantes anotaron en las bitácoras eran para describir a los profesores con frases tales como: “buena interacción con los estudiantes”, “precisa y fácil de entender”, “da la impresión de saber lo que está hablando”. Esto debe ser reflejo del sentido de subordinación de estudiantes que atribuyen cualidades positivas a la figura de poder, como para justificar su falta de control en el ambiente de aprendizaje. Podríamos pensar que, hipotéticamente, los estudiantes pudieran haber escrito sobre su buena interacción con el profesor o sobre cómo se entendieron de parte y parte.

Otro aspecto importante que ha resultado evidente en el análisis de estas clases es la diversidad de conceptualizaciones teóricas que pueden utilizar los profesores universitarios sobre un mismo concepto matemático, y cómo esto influye en el discurso construido para la clase. El espectro de estas conceptualizaciones observadas, en relación con la noción matemática de variación, fue desde lo más específico y concreto (al hacerlo equivalente con heterogeneidad) hasta lo más general y abstracto (al usarlo como generador de la noción de límite y derivada en Cálculo). Las diferencias son significativas pues cada profesor tenía sólo una hora para exponer el tema y no hubo restricciones en el diseño del contenido de la clase. Por lo tanto, será necesario preguntarnos cuántos otros conceptos matemáticos son presentados a los estudiantes de formas tan variadas, en cursos con profesores diferentes; y cómo los estudiantes logran hacer sentido personal de los significados que intentan aprender. No estamos sugiriendo que la diversidad de presentaciones de un mismo concepto sea un factor negativo para el aprendizaje, sino cómo esa diversidad es manejada de manera positiva para construir aprendizaje.

Es muy probable que se puedan observar clases de Matemáticas con mezclas de modos discursivos diferentes a las observadas con nuestros tres participantes. Debido al número limitado de clases observadas, sería necesaria la investigación de un mayor número de profesores, con el propósito explícito de ir construyendo una tipología de mezclas de modos discursivos, con sus respectivos referentes epistémicos asociados. Pero más importante aún, sería necesario investigar cómo esta variedad de discursos de parte de los profesores es comprendida por los estudiantes para apoyar la construcción coherente y efectiva de significados, sobre todo si se toma en cuenta que los estudiantes universitarios están a menudo expuestos a estos discursos sin un orden o plan previsto, como parte de los currículos universitarios existentes. Por último, resulta imprescindible continuar los esfuerzos por aumentar el cúmulo de conocimiento sobre los procesos de comunicación en las salas de clase de Matemáticas, incluyendo el análisis de los discursos de profesores y estudiantes, si pretendemos desarrollar programas curriculares efectivos que propendan al desarrollo personal y cognitivo de nuestros estudiantes.

### Referencias y bibliografía

- Birks, M. & Mills, J. (2011). *Grounded Theory: A Practical Guide*. Thousand Oaks, CA: Sage
- Brousseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Primera parte). *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 8(3), 259- 267. Traducción al español de Luis Puig. Disponible en <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/51335/93083>
- Brousseau, G. (1991). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Segunda Parte). *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 9(1), 10- 21. Traducción al

- español de Luis Puig. Disponible en <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/51351/93100>.
- Cantoral, R., & Reséndiz, E. (2003). El papel de la variación en las explicaciones de los profesores: Un estudio en situación escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(2), 133-154. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- Charmaz, K. (2006). *Constructing grounded theory: A practical guide through qualitative analysis*, London and Thousand Oaks, CA:Sage.
- Díaz, L. (2005). Profundizando en los entendimientos estudiantiles de variación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(2), 145-168. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- Font, V., Bolite, J., & Acevedo, J. (2010). Metaphors in mathematics classrooms: Analyzing the dynamic process of teaching and learning of graph functions. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 131-152.
- Forrest, D.B. (2008). Communication theory offers insight into mathematics teachers' talk. *The Mathematics Educator*, 18(2), 23-32.
- Gagatsis, A., Elia, I., & Mousoulides, N. (2006). Are registers of representations and problem solving processes on functions compartmentalized in students' thinking? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(4), 197-224.
- Gee, J. P. (2010). *How to Discourse Analysis: A Toolkit*. New York, NY: Routledge.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2009). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, Versión ampliada y revisada al 8 de marzo de 2009 del artículo: The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Herbel-Eisenmann, B., Wagner, D. & Cortes, V. (2010). Lexical bundle analysis in mathematics classroom discourse: the significance of stance. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 23-42. DOI 10.1007/s10649-010-9253-6
- Kitcher, P. (1988). Mathematical Naturalism. En: W. Aspray and P. Kitcher (eds.). *History and Philosophy of Modern Mathematics*. Minnesota Studies in the Philosophy of Science, Volume XI. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Piccolo, D.L., Harbaugh, A.P., Carter, T.A., Capraro, M.M., & Capraro, R.M. (2008). Quality of instruction: Examining discourse in middle school mathematics instruction. *Journal of Advanced Academics*, 19(3), 376-410.
- Radovic, D. & Preiss, D. (2010). Patrones de discurso observados en el aula de matemática de segundo ciclo básico en Chile. *Psykhé*, 19(2), 65-79. Disponible en <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=96715366007>
- Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(3), 435-458. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- Reséndiz, E. (2010). El discurso en la clase de matemáticas y los acuerdos sociales, la noción de variación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4-I), 99-112. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- Sierpinska, A. & Lerman, S. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En: A. J. Bishop et al. (eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, HL: Kluwer, A. P., 827-876.

Trinter, C.P. & Garofalo, J. (2011). Exploring non routine functions algebraically and graphically, *Mathematics Teacher*, 104(7), 508-513.