

Historia y tecnología en la reforma de la Educación Matemática en Costa Rica.

(History and Technology in Mathematics Education Reform in Costa Rica)

Angel Ruiz

Presidente

Comité Interamericano de Educación Matemática

Vicepresidente

International Commission on Mathematical Instruction

Director general

Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

www.angelruizz.com

ruizz.angel@gmail.com

Resumen

En mayo de 2012, Costa Rica aprobó nuevos programas de matemáticas para la Educación Primaria y Secundaria del país (grados 1 a 12). Este currículo asume como enfoque principal la construcción de capacidades cognitivas superiores por medio de la resolución de problemas con especial énfasis en contextos reales. Se trata de una estrategia para la mediación pedagógica. En la fundamentación de estos programas se encuentra influencia de algunas corrientes de la investigación internacional en Educación Matemática: la Educación Matemática Realista holandesa, el marco teórico de Program of International Student Assesment de la Organization for Economic Cooperation and Development, la lección “japonesa” y la teoría de situaciones didáctica de la Escuela francesa de Didáctica de las Matemáticas y también ideas del marco teórico presente en los estándares y principios de la National Council of Teacher of Mathematics de los Estados Unidos. Se trata sin embargo de un planteamiento curricular original. Estos programas incluyen el uso de la historia de las matemáticas y de las tecnologías como ejes curriculares en el contexto costarricense. En primer lugar, se describirán las principales ideas presentes en esta reforma educativa y en particular en cuanto al uso de historia y tecnología.

La implementación de los nuevos programas se realiza por medio de un plan de transición gradual de tres años (2013-2015), que se ha visto acompañado por acciones de formación continua que usan tecnologías diversas: cursos bimodales (con base en la plataforma Moodle y herramientas como eXe Learning, y el estándar *Sharable Content Object Reference Model SCORM*), cursos virtuales (con el enfoque de los *Massive Open Online Courses MOOC*) y una comunidad virtual (con la plataforma *Drupal*). Se describirán las acciones de capacitación de docentes en uso de tecnologías y uso de historia dentro de esta reforma educativa.

Palabras clave: Educación Matemática, Educación, Matemática, Tecnología, Historia de las Matemáticas, Currículo, Reforma curricular, Enseñanza de las Matemáticas, Costa Rica.

Abstract

In May 2012, Costa Rica adopted new Math Curriculum for Elementary and Secondary education in the country (grades 1-12). This curriculum takes as its main focus the construction of higher cognitive skills through problem solving with an emphasis in real contexts. This is an overall pedagogical strategy. In the basis of these programs there is influence of some international findings and theoretical approaches in mathematics education: Dutch Realistic Mathematics Education, the theoretical framework of the Program of International Student Assesment of the Organization for Economic Co-operation and Development, the Japanese lesson “model”, and theory of didactical situations of the French school, and also ideas present in the Standards and Principles of the National Council of Teacher of Mathematics of the United States of American. It is however an original curricular approach. This curriculum includes the

use of History of Mathematics and Technology as axes in the Costa Rican context. First, we will describe the main ideas in this educational reform and in particular regarding the use of History and Technology.

The implementation of the new curriculum is done through a gradual transition plan of three years (2013-2015), which is accompanied by continuous teacher-training activities using various technologies: bimodal courses (using the Moodle platform and authoring tools like eXe Learning, and the standard Sharable Content Object Reference Model SCORM), virtual courses (with the focus on the so-called approach Massive Open Online courses, MOOC) and a virtual community of Mathematics Education (using Drupal platform). The actions of teacher-training in the use of Technology and of History within this educational reform are described.

Keywords: Mathematics Education, Education, Mathematics, Technology, History of Mathematics, Curriculum, Curriculum Reform, Mathematics Education, Costa Rica.

En octubre del 2010, Leonardo Garnier, Ministro de Educación Pública de Costa Rica (2006-2014), propuso a Angel Ruiz que diseñara una reforma curricular en la enseñanza de las Matemáticas escolares. Este aceptó realizarla por medio de un equipo independiente al Ministerio de Educación Pública (MEP) compuesto por investigadores a título personal de las universidades públicas, con quien Ruiz había trabajado desde hacía muchos años y fortalecido con docentes en servicio de la educación Secundaria y Primaria. Esta comisión presentó una primera versión del currículo en agosto del 2011 al Consejo Superior de Educación (CSE) del país, organismo máximo de la educación de ese país y responsable de aprobar planes de estudio. El CSE sometió la propuesta para su discusión a cuatro universidades públicas, la que recibió cuestionamientos y recomendaciones diversas, dentro de una atmósfera bastante politizada en las academias. Algunos gremios docentes también se manifestaron en su contra. La comisión redactora elaboró una segunda versión del currículo tomando en cuenta una gran cantidad de las observaciones presentadas y libró una fuerte batalla política para mostrar la pertinencia y calidad de la propuesta. Todo esto ocurría en la segunda mitad del 2011 y los primeros meses del 2012. El 21 de mayo del 2012 el CSE aprobó la nueva propuesta curricular, iniciando una nueva etapa en la Educación Matemática del país. (MEP, 2012)

Los nuevos programas empezaron a instalarse en el 2013 en un proceso gradual que tomará de cuatro a cinco años. Entre el 2016 y 2017 toda la educación preuniversitaria de Costa Rica estará siguiendo este currículo. Desde el 2011 este país ha invertido en procesos de capacitación y creación de recursos que apoyen la instalación. Más que un diseño curricular y su implementación el proceso que se ha desarrollado debe verse como una profunda reforma de la enseñanza de las Matemáticas en este país.

1. El nuevo currículo de las matemáticas escolares en Costa Rica

El enfoque principal de este currículo se consigna como “Resolución de problemas, con énfasis en contextos reales”. Se trata de una estrategia pedagógica, no de un ajuste de contenidos (aumento o disminución). Su finalidad es transformar la acción de aula.

La resolución de problemas como estrategia para la construcción de aprendizajes propone una acción de aula sintetizada en cuatro momentos: presentación del problema, trabajo independiente por los estudiantes, contrastación y comunicación de estrategias seguidas en la fase independiente, y cierre o clausura de la lección. En cada momento el docente debe realizar tareas específicas. En las fuentes de esta propuesta se encuentran entre otros: Ruiz (2000, 2011), (2003, 2010a), Freudenthal (1973, 1983, 1991), Brousseau (1998), Shimizu (2007).

El nuevo currículo asume la formación matemática escolar orientada a la construcción de capacidades de la ciudadanía en el uso de las Matemáticas para su vida, ya sean sus contenidos o como destrezas intelectuales

generadas con el aprendizaje de la asignatura. La naturaleza de las Matemáticas que se adopta enfatiza su carácter sociohistórico, cultural y su asociación con la realidad física y social. (Ruiz, 1987, 2000).

Dentro de esta orientación se utiliza por conveniencia la noción de “competencia” y la de “competencia matemática” enunciada por el *Programa Internacional de Evaluación de los Aprendizajes* de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (PISA y OECD, respectivamente, por sus siglas en inglés). (OECD, 2003, p.23; 2010, p. 4; Rico y Lupiáñez, 2008).

Este currículo busca el dominio de conocimientos y la generación de habilidades en torno a los mismos, pero, a la vez y de una manera central, la construcción de capacidades transversales matemáticas que se alcanzan en el mediano y largo plazo: de razonamiento y argumentación, de representación, de comunicación, de resolución de problemas, de conexión. Estas capacidades se pueden llamar si se quiere “competencias”. Las habilidades se diferencian entre específicas y generales, siempre asociadas a las áreas matemáticas. Las primeras para desarrollar en periodos cortos de tiempo (“Para sumar números naturales menores que 100”), las segundas en plazos mayores (“Para sumar números naturales”). Las habilidades se buscan generar a través de procesos graduales y, algo crucial, de manera integrada. No se debe pensar en habilidades específicas como los “objetivos programados” típicos del conductismo.

La integración de habilidades se debe hacer precisamente mediante problemas escogidos con cuidado para desencadenar los aprendizajes que se desean.

Aun a pesar de la relevancia que se le da a las capacidades (habilidades, competencia), no se plantea la organización de sus planes de estudio específicos (malla curricular) por medio de competencias, ni tampoco la acción de aula (planeamiento, lección y evaluación) partiendo de competencias generales transversales. No es un currículo “por competencias”. La organización de la malla curricular se realiza mediante las áreas matemáticas (conocimientos y habilidades) que se asumen: Números, Geometría, Medidas, Relaciones y Algebra, Estadística y probabilidad. Y el punto de partida para la acción que debe desarrollar el docente son las Matemáticas.

Las capacidades generales que se buscan lograr son objetivos centrales del currículo propuesto. Estas se plantean realizar a través o a partir del desarrollo preciso de las habilidades. Es decir, se construyen en la mediación pedagógica: la acción del aula. Esta no es sin embargo cualquiera: invoca la resolución de problemas como estrategia pedagógica central, el desarrollo de acciones transversales y también el trabajo con tareas colocadas en varios niveles de complejidad. A algunas de estas acciones transversales se les llama “procesos matemáticos”:

- *Razonar y argumentar*
- *Plantear y resolver problemas*
- *Comunicar*
- *Conectar*
- *Representar*

Los procesos seleccionados trabajan de manera integrada y provocan gradualmente capacidades transversales y fortalecen a la vez la generación de las habilidades.

Otro medio en el aula para provocar el desarrollo de las capacidades cognitivas superiores y la competencia general, es el trabajo de los problemas en diversos niveles de complejidad. El currículo asume por conveniencia los tres niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión, esencialmente como fueron conceptualizados por PISA en el año 2003. (OECD, 2003).

Esta visión del currículo si bien proponen competencias, lo hace con base en las Matemáticas propiamente. No es ni un “currículo por contenidos” ni un “currículo por competencias”.

El currículo se diseñó con una integración vertical del primer grado escolar al último. La fundamentación teórica (filosófica y curricular) es la misma para todo el currículo, las áreas matemáticas son las mismas. Esta es una diferencia en relación con los pasados programas. Se busca con ello no solo el desarrollo de perspectivas estratégicas de las áreas, para poder seguir su desarrollo en toda la formación escolar, sino además contribuir a disminuir las brechas que han predominado entre la Primaria y la Secundaria en Costa Rica. (Ruiz, 2006).

Se ha dado un lugar relevante a la Estadística y probabilidad en todos los años escolares, precisamente porque es una área que aporta grandes posibilidades de realizar el enfoque principal: resolución de problemas con énfasis en contextos reales. También porque permite amplias conexiones con otras áreas matemáticas.

Números no se afirma aquí como dominio de sistemas formales sino como recursos para el manejo de objetos y medios matemáticos hacia la modelización de la realidad física y social. Se apuesta a desarrollar el sentido numérico, la presencia de las presentaciones numéricas múltiples, el cálculo, la operatoria instrumental en los problemas, y la comprensión de los entes matemáticos que dan cuenta de la “cantidad” dentro de una perspectiva pragmática en sus fundamentos aunque puedan tener niveles amplios de abstracción. En particular: “Se busca robustecer un *sentido numérico*, mediante una apropiación del valor absoluto y relativo de los números; esto refiere, por ejemplo, al uso de los números para representar dimensiones o entidades de la realidad, a la estimación numérica de valores y de las operaciones aritméticas, a la ‘razonabilidad’ de cálculos.” (MEP, 2012, p. 51). La representación múltiple de los números es un propósito importante.

EL área de Medidas se percibe como una área al servicio de la contextualización activa que se propone y que refuerza los aprendizajes en las otras áreas. Su lugar en la conexión de situaciones es muy útil.

La Geometría se aborda en varios sentidos: como área privilegiada tradicional para entrenar el razonamiento y la argumentación matemáticas, pero también como recurso formidable para trabajar los objetos espaciales y planos: la visualización espacial se introduce desde el primer año escolar. No se buscará en ningún momento usar geometría vectorial ni se pretenderá formalizar o profundizar excesivamente el trabajo matemático en tres dimensiones. El currículo anterior tuvo un enfoque totalmente “sintético”. En el nuevo, desde el Segundo Ciclo escolar se introduce un tratamiento analítico mediante coordenadas (adaptadas a los sistemas numéricos que conocen los estudiantes). Este enfoque favorece las conexiones entre áreas matemáticas (como Relaciones y Álgebra) y ofrece múltiples posibilidades para percibir la potencia de la geometría en procesos de la vida cotidiana y profesional. Otra característica es la introducción de transformaciones en el plano (simetrías, traslaciones, homotecias, reflexiones, rotaciones). Esto apela al movimiento de los objetos geométricos. El software de geometría dinámica se puede usar aquí de una manera natural para evidenciar propiedades y objetos que sin éste serían muy difícil de trabajar.

En Relaciones y Álgebra se potencia el pensamiento relacional; por ejemplo en torno a las funciones. El arsenal simbólico y los objetos llamados tradicionalmente algebraicos (ecuaciones, fórmulas, variables, etc.) encuentran mayor significado si se trabajan en un ambiente de relaciones y funciones: “(...) un tratamiento “funcional” de la manipulación de expresiones simbólicas, por ejemplo las ecuaciones, la factorización y la simplificación, lo que permite darle significado a varios temas de ese tipo”. (MEP, 2012, p. 54). Esta asociación: “entre funciones y álgebra permite darle coherencia a muchos contenidos que suelen estar dispersos en los planes de estudio usuales. (MEP, 2012, p. 54). Un importante énfasis que se brinda a esta área es la modelización: usar el instrumental algebraico y funcional para identificar, usar y construir modelos

sencillos de lo real: “Se podría decir que los procesos de cambio pueden ser modelados por las relaciones y funciones matemáticas, y éstas pueden tener distintas representaciones: gráficas, tabulares, simbólicas.” (MEP, 2012, p. 54)

Se establecen cinco ejes (énfasis) curriculares: resolución de problemas, contextualización activa, potenciar actitudes y creencias positivas, uso inteligente de tecnologías y uso de historia de las matemáticas:

- Como eje curricular la “resolución de problemas” no pretende que solamente se entrenen estrategias o heurísticas para resolver problemas, sino especialmente darle un sentido a la participación de los problemas en la organización de las lecciones, la construcción de aprendizajes y toda la práctica de aula.
- La “contextualización activa” hace referencia al trabajo en contextos reales o que el estudiante asuma de esa manera. Se distancia del clásico enfoque de aquellas situaciones matemáticas revestidas de contexto de una manera artificial (problemas con palabras) y se monta sobre una manipulación de la información de la realidad circundante y en el uso de la modelización (uso y construcción de modelos).
- Una fusión de los dos primeros ejes constituye el enfoque principal del currículo: la resolución de problemas con un énfasis especial en contextos reales. Este enfoque busca potenciar una estrategia para la acción: construir aprendizajes por medio de problemas con énfasis en aquellos tomados de los diversos contextos reales. Implica la planificación, la gestión y el desarrollo en el aula y la evaluación. El énfasis curricular, debe insistirse, no está en los contenidos (conocimientos y habilidades) sino en la acción pedagógica.

Todos estos ejes se instrumentalizan de manera precisa en la malla curricular.

2. El Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

El principal medio para la implementación de este currículo se ha dado con el *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*. Fue elaborado por Angel Ruiz con el acuerdo del ministro Garnier y presentado a la *Fundación para la colaboración Costa Rica Estados Unidos* para obtener un apoyo económico sustancial. El proyecto tendrá vigencia entre el 2012 y el 2015. El MEP brinda una contrapartida relevante en términos de docentes en servicio que trabajan directamente con el proyecto, y todos los aspectos de logística que supone este proyecto.

Este proyecto se realiza por esencialmente la misma comisión que redactó los programas nuevos fortalecida con varios otros profesionales (más docentes en servicio y especialistas en informática y e-learning). El proyecto:

- fue el responsable de redactar una segunda versión de la propuesta curricular,
- diseñó un plan para instalar de manera gradual durante tres años el nuevo currículo, una estrategia responsable dadas la profundidad de la reforma propuesta¹,
- realiza desde el 2012 “planes piloto” que permiten tomar el pulso a la implementación así como ofrecer elementos para las acciones e esa dirección,
- desarrolla cursos bimodales de capacitación docente que integran sesiones presenciales con el trabajo independiente con materiales colocadas en una plataforma tecnológica, que deben estudiarse por los docentes y combinado con sesiones en línea con prácticas de autoevaluación y exámenes.²

¹ El MEP aceptó plenamente esta estrategia a pesar de que no ha sido algo usual en ninguna educativa anterior.

² Estas últimas actividades son la base principal de la evaluación de los docentes. La aprobación del curso brinda a los docentes algunos créditos en su carrera profesional dentro del Ministerio de Educación Pública.

- con base en los materiales de los cursos bimodales, construye cursos enteramente virtuales que buscan reforzar las poblaciones docentes que realizan los bimodales, así como acceder a nuevos segmentos educativos para ampliar los procesos de capacitación.

Para potenciar todos los procesos de capacitación y las diversas acciones de la reforma, el proyecto elaboró y atiende una *comunidad virtual de educación matemática* que integra centenares de docentes de Primaria y Secundaria, que ya se ha constituido en la principal referencia de la reforma en la Educación Matemática de ese país. Los objetivos de este proyecto han tenido una gran fuerza sinérgica.

3. Perspectiva de la praxis

Una característica que muestra este proceso de reforma es una *Perspectiva de la praxis*. Esto se manifiesta en varias dimensiones:

1. *La implementación ilumina el diseño curricular.* El diseño del currículo se realizó como parte de una estrategia global en donde la instalación era un elemento central orientador. No se trató de diseñar un programa “in vitro” que luego se buscaría implantar de alguna manera. El diseño del currículo estuvo determinado desde un principio por lo que se deseaba en la práctica, para la acción de aula. El texto curricular es una acción dentro de una perspectiva general de reforma que invoca procesos de capacitación, formación y múltiples recursos de apoyo al docente.

2. *Una visión pragmática de la formación matemática escolar.* El propósito final propuesto para la preparación matemática escolar es robustecer su sentido pragmático: no plantea meramente la ampliación de contenidos o el dominio de las típicas destrezas del matemático. Esta nueva visión se expresa en la adopción de la noción de “competencia matemática” desarrollada en el marco teórico de PISA. Los ejes curriculares, otro ejemplo, muestran no solo los ajustes o énfasis que se desean desarrollar en el escenario específico que vive Costa Rica sino la vocación práctica que desea un fortalecimiento de mayores capacidades cognitivas para una mejor actuación en la vida.

3. *Una filosofía de las Matemáticas.* En un plano aun más general, hay una valoración de las Matemáticas como construcciones históricas y culturales con un peso fuerte del mundo empírico, físico y social, que sostiene la visión sobre las Matemáticas escolares y la actitud teórica hacia el diseño curricular. Esta es una visión formulada desde hace muchos años por Angel Ruiz. (Ruiz, 1987, 1990, 1992, 2000).

4. *Utilización pragmática de los hallazgos de investigación y prácticas exitosas internacionales.* Hay una utilización autóctona y funcional de los elementos que se identifican en la investigación y la experiencia de la Educación Matemática internacional. etc.).

5. *Construcción de una teoría propia.* No solo no se ha adoptado un modelo externo (aunque fuera “tropicalizado”): se ha realizado una construcción intelectual propia, avanzando ideas sobre el diseño curricular y su implementación, una contribución a la investigación y experiencia internacional; estos resultados se dirigen a condiciones en un país periférico, en vías de desarrollo, lo que no ha sido foco de la investigación internacional en la Educación Matemática.

6. *Un equipo humano con experticia y compromiso de acción.* Se debe reconocer como elemento central que esta reforma ha contado con un equipo de personas con amplio conocimiento de la Educación Matemática internacional y de la realidad local. Los planteamientos fueron construidos en una búsqueda de armonía entre lo que arroja la investigación y lo que moldea la experiencia de aula.

7. *Una reforma inconclusa, no lineal y combinada.* Los ritmos y las estrategias para realizar una reforma en la Educación Matemática dentro de un país en desarrollo son especiales. En primer lugar la profundidad y la intensidad de la reforma no son similares a las de otros países, en tanto las macro condiciones sociales y educativas han impuesto restricciones y limitaciones. Como ha sido en el caso de Costa Rica, las acciones reformadoras han debido de ser muchas y realizarse en tiempos perentorios. Esto condiciona los ritmos y las condiciones de la reforma. En la reforma de manera simultánea y combinada: se elabora y reelabora el currículo, se dan capacitaciones, se trabaja con tecnologías en diversos grados en distintos escenarios, se generan documentos y actividades de persuasión político-social, se enfrentan “cuellos de botella” institucionales, se organizan seminarios y eventos académicos nacionales e internacionales.

4. El uso de historia y tecnología en el currículo

El nuevo currículo costarricense posee una perspectiva especial con el uso de la historia de las Matemáticas y el de las tecnologías.

El uso de historia

El uso de historia de las Matemáticas busca crear una perspectiva cultural de la disciplina de las Matemáticas, dotar de rostro humano los objetos matemáticos, generar motivación estudiantil, contextualizar conocimientos en situaciones históricas precisas y desarrollar capacidades que el trabajo con la historia apoya (capacidad de comunicación matemática, establecimiento de conexiones con otras disciplinas o de la misma matemática):

El impacto más importante del uso de esta disciplina, sin embargo, no se puede observar en relación con habilidades específicas sino más bien en el mediano y largo plazos, pues es poco a poco que se van comprendiendo sus límites y perspectivas.

La Historia de las Matemáticas no sólo ofrece recursos muy valiosos para la acción de aula sino que potencia una perspectiva y una valoración sobre la disciplina, que es relevante para el aprendizaje efectivo y, más aún, para una comprensión culta de las Matemáticas, un imperativo para toda persona en el escenario en que vivimos. (MEP, 2012, p. 39).

También busca complementar los otros ejes curriculares.

Los propósitos que se propone:

- Mostrar distintas formas de pensamiento y acción matemática.
- Potenciación de las conexiones entre las diferentes áreas matemáticas.
- Favorece conexiones entre matemáticas, Educación Matemática y concepciones generales de estudiantes y docentes.
- Enriquecimiento de la resolución de problemas.
- Potenciación de la contextualización activa.
- Fortalecimiento de la multiculturalidad.
- Atender grupos con particularidades socioculturales.
- Atender estudiantes con talento.
- Conexiones entre matemáticas y otras disciplinas: la interdisciplina.
- Apoyo para el desarrollo de actitudes y creencias positivas sobre las Matemáticas. (MEP, 2012, pp. 64-65)

Para esos propósitos se plantean varios usos:

- Como un reservorio de anécdotas para motivar y sensibilizar.
- Descripción de situaciones matemáticas, que sitúan un contexto y circunstancias individuales y socioculturales.

- Para determinar la secuencia o lógica de la presentación de algunos tópicos, pues la lógica histórica puede sugerir caminos semejantes en los aprendizajes.
- Uso de fuentes primarias, problemas o textos de matemáticos que pueden permitir el tratamiento de ciertos tópicos con las herramientas teóricas que se disponían en el momento histórico. (MEP, 2012, p. 65)

El uso de la Historia de las Matemáticas permite mostrar una “visión humanista de las Matemáticas” y “su carácter de construcción sociocultural”. Sin embargo, en este currículo no se introduce para evaluar, pues así se propone ofrecer “flexibilidad al gestionar su introducción, en un medio educativo nacional donde el uso de la historia de las Matemáticas no ha formado parte relevante de los programas escolares ni de las tradiciones pedagógicas.” (MEP 2012, p. 39).

Uso de tecnologías

Plantear como eje curricular el uso inteligente de tecnologías responde a un rezago que el país ha tenido tanto en cuanto a la cobertura de medios tecnológicos como sobre todo a la utilización insuficiente o inapropiada de estos recursos. La tecnología se visualiza como un instrumento que replantea el lugar y organización de contenidos curriculares, los métodos de manipulación de los objetos de aprendizaje, y la construcción de aprendizajes con base en estrategias nuevas y de mayor impacto individual y colectivamente (interacción superior, tiempos de estudio más flexibles, aumento de recursos). Su lugar se ajusta a las condiciones de la sociedad: lo que se traduce en una excitativa amplia para usar tecnologías (con diferencias entre áreas) aunque su introducción obligatoria solamente se da en lugares pertinentes.

El uso de tecnologías se plantea de una manera gradual. En gran medida se introduce en “el tratamiento de varios tópicos, aumentando su uso con el avance en los años lectivos” (MEP, 2012, p. 60). Las indicaciones puntuales son un medio central para ofrecer los límites y métodos para usar la tecnología.

Otra característica: “el uso de tecnologías debe hacerse en función estricta del aporte que ofrezca al logro de fines de aprendizaje consignados, no debe adoptarse su uso por el valor intrínseco de la tecnología, sea cual sea éste.” (MEP, 2012, p. 61)

El uso de la calculadora, por ejemplo: “desde la Primaria para corroborar operaciones (cálculo mental, estimación) y como un auxiliar en la resolución de problemas y situaciones contextualizadas”. (MEP, 2012, p. 61)

Se da importancia a los instrumentos dinámicos, por ejemplo del tipo Geometer’s Sketchpad, Cabri, Fathom o Geogebra: “para facilitar cálculos, para apoyar la visualización de entidades y relaciones matemáticas, para favorecer la experimentación matemática, orquestar comunicaciones, formar redes y matematizar lo real externo.” (MEP, 2012, p. 61) El currículo propone: Geometría dinámica, Cálculo y representación gráfica (CAS), Simulación de experimentos estadísticos dinámicos.

Otro elemento: papel relevante para la Internet en varias dimensiones:.

- Indagación, valoración y selección de información pertinente para tópicos matemáticos; por ejemplo páginas web con información de situaciones matematizables, censos, mapas Google, figuras, etc.
- Reforzamiento de aprendizajes de matemáticas mediante sitios especializados con plataformas interactivas.
- Aprendizajes interactivos y colaborativos en redes virtuales educativas, también mediante plataformas especiales. (MEP, 2012, p. 61)

Otro detalle: la evaluación del uso de tecnologías. Se propone:

(...) por medio de los problemas o ejercicios planteados, donde su utilización representa un componente oportuno. Por ejemplo, si en un problema el uso de la calculadora es significativo para su tratamiento o solución (cálculos muy grandes que sin calculadora tomarían muchísimo tiempo, o el valor de una función en un punto que resulta necesario para el ejercicio), ese elemento debe ser tomado en cuenta. (MEP, 2012, p. 61)

5. Los cursos bimodales en la reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

Una estrategia de las capacitaciones para implementar este currículo ha buscado materializar en el contexto local de Costa Rica lo que la investigación internacional ha aportado sobre la capacitación docente en sistemas educativos de alto rendimiento, por ejemplo consignado en el “Informe Mackinsey” de la OECD (Barber & Mourshed, 2007): usar como entrenadores a docentes en servicio de calidad, y procurar tener en cada escuela y aula un apoyo de estos docentes. Esta orientación contrasta con enfoques de capacitación docente dominantes dentro de las comunidades universitarias del país.

La primera estrategia propuesta fue la realización de cursos bimodales, compuestos de sesiones presenciales y además trabajo por medio de una plataforma tecnológica. El contenido de los cursos correspondía al enfoque curricular: pedagogía específica de las matemáticas e incluso una reproducción en su estructura de la estrategia pedagógica que proponen el nuevo currículo (la resolución de problemas con énfasis en contextos reales: colocación inicial de situaciones de interés o problemas sobre los cuales desencadenar las acciones didácticas para concluir con la institucionalización de resultados).

Para poder “llegarle” a poblaciones masivas de docentes se planteó realizar cursos en esencialmente dos fases. En la primera fase primeramente se daría el curso a docentes líderes y a los asesores pedagógicos regionales (y nacionales) del MEP. Luego el curso se replicaría a poblaciones masivas de docentes. Los cursos para líderes serían impartidos por facilitadores entrenados directamente por la comisión redactora de los programas y con un control estrecho del proceso por parte de la misma.³

El trabajo en la plataforma posee dos componentes: documentos de estudio en formato pdf que debían ser descargados y estudiados de manera independiente, y un trabajo en plataforma por cada docente donde se realizaban prácticas de autoevaluación y exámenes en línea. Se espera un trabajo de al menos 40 horas en dos actividades. La aprobación del curso depende esencialmente de la realización del segundo tipo de actividades. Esta última parte se realiza por medio de la plataforma Moodle, que fue escogida por ser robusta y ser más conocida en los medios nacionales (la usan varias universidades).

En el año 2013 las capacitaciones se plantearon tanto en el uso de historia como el uso de tecnologías digitales en la enseñanza de las Matemáticas. En ambos casos la colocación de los materiales en la plataforma posee cierta complejidad.

1. Sobre el texto: cada pregunta debe ser incorporada a un texto sin formato para exportarlo adecuadamente a la plataforma. La pregunta fue diseñada por el experto, valorada y sometida a procesos de evaluación con expertos externos a cada propuesta.
2. Sobre la imagen: el sistema no copia las imágenes como si fuera un archivo de MWord. Para preparar una imagen para ser incluida en la Plataforma, primero debe ser copiada en un software especializado (en nuestro caso Photoshop o GIMP según el formato) para esto se usa el software Image Capture and character recognition JOCR.

³ Los cursos masivos serían impartidos por los docentes líderes y por los asesores regionales, con la administración del Instituto de Desarrollo Profesional Uladislao Gámez, el organismo del MEP encargado formalmente de todos los procesos de capacitación docente. (Ruiz, 2012).

3. Una vez copiado como recurso de imagen es trasladado al software GIMP para poder darle estilo para formato web y mejorar su calidad. Así, normalmente se valora su distribución de colores y curvas de tonos.
4. Una vez ajustados las curvas de nivel, se exporta a un formato adecuado para transferencia y presentación para Web.
5. Sobre el texto matemático: hasta el momento, las herramientas como blogs y foros, no están especializados para soportar la gran cantidad de símbolos que normalmente se usan en el lenguaje matemático básico.

Una de las grandes fortalezas de Moodle es que contiene un plugin o programa auxiliar descargable que permite al navegador como Firefox, Internet Explorer poder construir los símbolos a través de programación para Látex. Así, también es indispensable saber usar el entorno para Latex.

6. Traducción de los textos de las preguntas de los expertos a lenguaje Latex. Cada una de las opciones que tiene la pregunta debe ser traducida manualmente a lenguaje Latex. Por ejemplo: $N(t) = 339\,295 e^{0,13144t}$ deberá ser traducido por una persona con conocimientos de Latex como $\$N(t) = 339\,295 \cdot e^{0,13144t}\$$. Y así, para todos los casos donde aparece texto matemático. Luego de traducidos deben ser insertados en el lugar donde aparecían originalmente.

Este proceso normalmente dura entre 20 y 30 minutos por pregunta. (Morales y Poveda, 2013, p. 5).

6. Uso de historia en los cursos bimodales

La idea ha sido identificar temas que pudieran utilizarse en las aulas y colocar situaciones históricas que permitan el desarrollo de contenidos y habilidades del currículo. Se trata de integrar Matemáticas, historia y pedagogía y no solo introducir información histórica, o cultivar matemática.

Cada unidad consta de varias secciones: problema (o actividad), análisis de la situación, indicaciones metodológicas y consideraciones finales. Una imagen del problema inicial en uno de sus módulos se muestra a continuación.

René Descartes y la Geometría Analítica

Se considera que la geometría analítica es la asociación de tres factores: la expresión de una realidad geométrica, el uso de coordenadas y el principio de representación gráfica. Algunos de estos elementos pueden encontrarse en el trabajo de matemáticos previos a Descartes. Por ejemplo, las observaciones astronómicas de la antigüedad condujeron al uso de coordenadas en el espacio; los griegos Arquímedes y Apolonio realizaron trabajos con dos variables que utilizaron para estudiar las cónicas; en el siglo XVI, Oresme realizó representaciones gráficas de ciertos fenómenos. (Simard, 2008)



René Descartes (1596 – 1650)

Sin embargo es en los trabajos de los franceses René Descartes (1596-1650) y Pierre de Fermat (1601-1665) en los que se aprecian los factores que dan origen a la geometría analítica. Por ello son considerados los padres de ella.

El trabajo de Descartes, en el que se reconocen los orígenes de la geometría analítica, se publicó en 1637 como un apéndice, titulado *La géométrie*, en su obra *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences* (Discurso del método para dirigir bien la razón y buscar la verdad en las ciencias), mejor conocido como *Discurso del método*.

Al comienzo del libro I de *La géométrie*, Descartes establece que las operaciones aritméticas (se refiere a operaciones con números positivos) adición, sustracción, multiplicación, división y extracción de raíces se pueden realizar de manera geométrica utilizando segmentos de recta, cuyas longitudes representan los números a operar, y un segmento de longitud 1, colocados de manera apropiada. Para la extracción de la raíz cuadrada, Descartes establece lo siguiente:

Si hay que extraer la raíz cuadrada de GH, se le agrega en línea recta FG, que es la unidad y dividiendo FH en dos partes iguales por el punto K, con ese punto como centro se traza el círculo FIH; luego elevando desde el punto G una línea recta, con ángulos rectos sobre FH, hasta I, es GI la raíz buscada. (Traducido de *La géométrie* de Descartes, Proyecto Gutenberg, 2008 sobre la edición de A. Hermann de 1886).

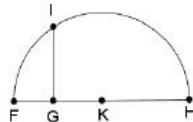
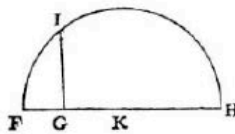


Figura 1. Cursos bimodales 2013: Problema del módulo René Descartes y la geometría analítica. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemáticas en Costa Rica (2013 a).

l'Extra-
ction de la
racine
quarrée.



Ou s'il faut tirer la racine quarrée de GH, ie luy adiouste en ligne droite FG, qui est l'vnité, & diuisant FH en deux parties esgales au point K, du centre K ie tire le cercle FIH, puis eleuant du point G vne ligne droite iufques à I, à angles droits sur FH, c'est GI la racine cherchée. Je ne dis rien icy de la racine cubique, ny des autres, à cause que i'en parleray plus commodement cy après.

Facsimil de parte de la página 298 de la edición de 1637 de *La géométrie* de Descartes, en la que aparece la manera geométrica de extraer la raíz cuadrada de un número. Tomado de http://debart.pagesperso-orange.fr/geometrie/geom_descartes.html

Problema

Pruebe la afirmación que hace Descartes, es decir, con las condiciones dadas verificar que $GI = \sqrt{GH}$.

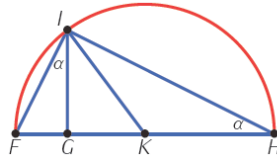
Figura 2. Cursos bimodales 2013: Problema del módulo René Descartes y la geometría analítica. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemáticas en Costa Rica (2013 a). Continuación.

Se trata de un problema original tomado de un texto clásico. El tratamiento del tema debe consignarse con cierto detalle para que se comprenda sus características. Luego de planteado el problema se brinda un estudio del problema y de paso se incluye su solución matemática como se daría actualmente, y la discusión sobre el año escolar donde se introducen estos contenidos. Los siguientes párrafos muestran el significado de esa última sección.

También se puede primero probar el derivado del teorema de Pitágoras, como en el siguiente apartado (II) y luego utilizarlo para resolver lo propuesto:

$$GI^2 = FG \cdot GH \Rightarrow GI^2 = 1 \cdot GH = GH.$$

II. *Mediante semejanza de triángulos:* El ángulo FIH es recto (para probar esto se utiliza que los triángulos IFK y IKH son isósceles). Si $\angle GHI = \alpha$, entonces $\angle HIG = 90 - \alpha$, por lo que $\angle GIF = \alpha$. Esto implica que $\triangle GIF \sim \triangle GHI$ y, por lo tanto, $\frac{GI}{FG} = \frac{GH}{GI}$ y como $FG = 1$, se obtiene $GI^2 = GH$.



De hecho, dada la forma en que está expuesto el material en el trabajo de Descartes, la semejanza de triángulos es lo que tenía en mente al hacer la afirmación.

Observe que de $\frac{GI}{FG} = \frac{GH}{GI}$ se obtiene que $GI^2 = FG \cdot GH$, es decir, se ha probado el derivado del teorema de Pitágoras que establece que la altura relativa a la hipotenusa es media proporcional entre los dos segmentos en que divide a la hipotenusa.

III. *Mediante el uso de coordenadas (y el teorema de Pitágoras):* Este es el caso $GH > 1$. Se establece un sistema de coordenadas rectangulares con origen en el punto K, es decir K es el punto $(0,0)$. En ese caso H es un punto $(a,0)$ y F sería, por lo tanto $(-a,0)$. Como $GF = 1$, entonces G es el punto $(-a+1,0)$. En ese caso, I es el punto $(-a+1,b)$ para algún $b > 0$. De esto se tiene que $GI = b$ y que $GH = 2a - 1$. Aplicando el teorema de Pitágoras en $\triangle KGI$ y como $GK = |-a+1|$, $KI = a$ (es un radio de la semicircunferencia) y $GI = b$ se tiene $b^2 = a^2 - (-a+1)^2 = 2a - 1$. Es decir $GI^2 = GH$.

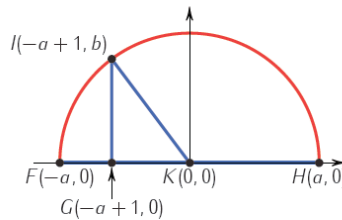


Figura 3. Cursos bimodales 2013: Análisis del Problema del módulo René Descartes y la geometría analítica. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemáticas en Costa Rica (2013 a).

Y se introducen consideraciones dirigidas a evidenciar la estrecha correspondencia de la situación histórica escogida con el programa de estudios, y la visión de una capacitación orientada hacia la acción de aula.

Para IX año

En este nivel puede servir para introducir la habilidad relacionada con el teorema de Pitágoras:


Conocimientos	Habilidades
Triángulos <ul style="list-style-type: none"> Teorema de Pitágoras 	1. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas en diferentes contextos.

Previamente deberán repasarse conceptos básicos relacionados con la circunferencia: diámetro, radio y la relación entre ellos.

Es conveniente proponer la situación antes de introducir el teorema de Pitágoras con el objeto de llegar a este conocimiento. Existe la posibilidad de que algunos estudiantes resuelvan el problema utilizando semejanza dado que es un conocimiento adquirido en el nivel anterior. En este caso la discusión se verá enriquecida porque habrá al menos dos formas de resolver el problema mediante conocimientos diferentes, se podrán comparar y comentar las ventajas de una u otra.

La clausura de la clase consistirá en el enunciado y comprobación del teorema de Pitágoras y su recíproco.

Existe una gran cantidad de pruebas del teorema de Pitágoras. Muchas de ellas son muy visuales, por ejemplo la realizada por Henry Perigal (1801-1898), utilizando una técnica denominada disección. Ofreció dos maneras de hacerlo: por traslación de las partes componentes y mediante dos cuadrados que se convierten en uno. Se ilustra a continuación la primera de ellas.



Teorema de Pitágoras:
Dado un triángulo rectángulo ABC con ángulo recto en A, entonces

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Recíproco:
Dado un triángulo ABC en el que se cumple $BC^2 = AB^2 + AC^2$, entonces $\triangle ABC$ es rectángulo con ángulo recto en A.

Se traza un triángulo rectángulo y se construyen los cuadrados que tienen por lado los lados del triángulo.

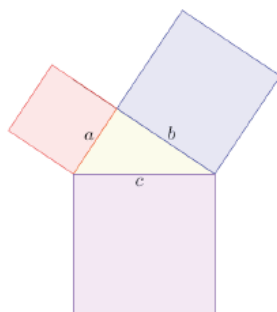


Figura 3. Cursos bimodales 2013: Análisis del Problema e indicaciones curriculares en el módulo René Descartes y la geometría analítica. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemáticas en Costa Rica (2013 a).

Para cada unidad didáctica se tiene prácticas de autoevaluación, que incluyen elementos de retroalimentación con el propósito de que las mismas sirvan de instrumento formativo para los docentes. La retroalimentación se da cuando el usuario selecciona una de las opciones posibles de respuesta, y al final del proceso en cada ítem (la retroalimentación general). Por limitaciones de Moodle y dado el carácter masivo de la segunda etapa del curso se privilegia preguntas de selección única. En las siguientes imágenes se brinda un ejemplo:

Autoevaluación

Relacionada con la lectura de Geometría Analítica

1. En el *Liber abaci* de Leonardo de Pisa (conocido como Fibonacci), escrito en el año 1202, revisado y aumentado en 1228, se plantea el siguiente problema: *Dos torres, una de 30 pasos de altura y la otra de 40 pasos están separadas por una distancia de 50 pasos. En un punto ubicado entre las dos torres se encuentra una fuente a la cual dos pájaros, volando de cada torre y descendiendo a la misma velocidad, llegan al mismo tiempo. ¿Cuál es la distancia de la fuente a cada torre?*

¿Cuáles de las siguientes habilidades pueden ser introducidas mediante esta situación?

- I. Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios en diferentes contextos.
- II. Determinar algebraicamente el punto medio de un segmento.
- III. Identificar figuras semejantes en diferentes contextos.
- IV. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas en diferentes contextos.
- V. Encontrar la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano, aplicando el teorema de Pitágoras.

- a) Solo la IV
Hay más de una posibilidad.
- b) Solo la IV y la V
Opción correcta.
- c) Solo la III, IV y V
No hay semejanza involucrada.
- d) Las cinco
No hay trabajo con ángulos.

Retroalimentación general:

Al realizar una figura que describa la situación se observa que el problema puede ser resuelto utilizando dos veces el teorema de Pitágoras, de modo que la IV puede introducirse con este problema. También puede utilizarse coordenadas, si bien estas no simplifican, en este caso, el trabajo para encontrar la solución, puede servir para identificar distancias mediante el uso de coordenadas (V). No hay semejanza ni necesidad de identificar relaciones entre ángulos. La fuente no está en el punto medio y aunque hay una estrategia de resolución que involucra este punto, ésta no es muy natural y difícilmente podría servir entonces para introducir esto, menos de forma algebraica.

Figura 4. Cursos bimodales 2013: Ejemplo de autoevaluación en el módulo René Descartes y la geometría analítica. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemáticas en Costa Rica (2013 a).

En el ejemplo se conecta explícitamente una situación histórica (no necesariamente la misma planteada en extenso en la unidad didáctica) con los conocimientos y habilidades del programa de estudios que se busca desarrollar con este problema y la acción del docente. La retroalimentación busca añadir dimensiones de apoyo al docente en todos los aspectos del curso de capacitación. Un esquema similar se usa en todos los módulos.

Estas prácticas de autoevaluación y exámenes se realizan en la plataforma Moodle.

7. Uso de tecnologías en los cursos bimodales

Como los cursos bimodales se desarrollan en dos etapas (una para docentes líderes y para poblaciones muy grandes de docentes) la estrategia a seguir obliga a tomar en consideración ambas etapas, pues el curso debe ser esencialmente el mismo. Al pensar en los cursos masivos se debe considerar que se deben desarrollar en contextos muy disímiles en el país, con condiciones impredecibles en cuanto al acceso a equipos

informáticos o conexión, de los soportes técnicos o docentes de las aulas o espacios donde realizarse, del personal de apoyo en las instituciones educativas (conserjes, ...)

Por otra parte, el propósito central no es el dominio de una tecnología en sí misma sino su uso en el contexto de la acción de aula, es decir un fin eminentemente pedagógico. Sin embargo, los docentes deben aprender los aspectos técnicos propiamente de la tecnología involucrada.

Para responder a ambas condiciones, la estrategia seguida ha sido la construcción de módulos compuestos por (i) unidades didáctica sobre uso de tecnologías (finalidad pedagógica) y (ii) unidades virtuales de aprendizaje (UVA). El objetivo de las UVA es proporcionar los conocimientos y las destrezas tecnológicas necesarias para poder realizar el estudio de la unidad didáctica. Las primeras son documentos en formato PDF descargables de una plataforma Moodle, se estudian independientemente por los docentes, y poseen prácticas de autoevaluación y exámenes (que poseen un valor en la evaluación del curso) que se desarrollan en línea. Las UVAS deben ser desarrolladas enteramente en línea. Existe una absoluta correspondencia entre lo que se capacita en la UVA y las necesidades tecnológicas presentes en la unidad didáctica. Las UVA también tienen acciones de autoevaluación y de examen aunque menores, solo que se desarrollan conforme se avanza en el minicurso virtual.

Con Hernández (2003): “se pretende construir un ambiente virtual donde exista interacción, sincrónica y asincrónica, a través de un sistema de administración de aprendizaje (LMS por sus siglas en inglés Learning Management System). (...) Para esto se escogió como LMS a la plataforma Moodle, la cual es de distribución libre.” (<https://moodle.org>).

Moodle permite:

(...) importar paquetes SCORM, y técnicamente las UVA son paquetes SCORM (Sharable Content Object Reference Model), o Modelo de Referencia de Objetos de Contenido Compartibles. Se determinó que las UVA fueran paquetes SCORM debido a que este modelo presenta facilidades para el usuario con respecto a la accesibilidad a los contenidos y elementos multimediales. También, un aspecto muy importante es la adaptabilidad, ya que se pueden variar ciertos parámetros de acuerdo a las necesidades de los usuarios y requerimientos del curso. Además es reusable y replicable, lo cual es trascendental en este modelo de capacitación bimodal que se extiende a diferentes grupos en diversas regiones del país. (Hernández, 2013)

Esto es importante porque el estándar SCORM permite al curso importar los resultados de las evaluaciones que se realizan en las UVAS, e integrarlas con aquellas derivadas de las unidades didácticas.

Además “Para la elaboración de las UVA, se utilizó la herramienta eXe-learning como editor, para luego exportar el recurso como paquete SCORM 1.2.” (Hernández, 2013).

La unidad didáctica de uso de tecnología contiene las mismas secciones que las unidades en el uso de historia.

En lo que sigue se muestra el problema planteado en uno de los módulos de uso de software de geometría dinámica para que se pueda apreciar su naturaleza.

Problema

La siguiente imagen es una fotografía de dimensiones $11,5\text{cm} \times 7,4\text{cm}$, que corresponde a un terreno en la Esmeralda de Turrialba en Cartago. El mismo está limitado por un camino que lo rodea.



Imagen tomada de Google Map 2013

En él se quiere crear un parque ecológico que ofrezca a sus visitantes una experiencia interactiva con la flora y fauna de Costa Rica. La idea es que el parque cuente con una serie de senderos que permitan apreciar tres tipos de bosques tropicales (Lluvioso, Pre-Montano y Seco). Para el riego diferenciado de estos bosques¹ se necesita ubicar tres tomas de agua representadas en la fotografía por los puntos R, T y H.

1. Emplear un software de geometría dinámica para “construir” un amplificador² de fotografías en donde se indique la escala con respecto a la imagen original.
2. Sabiendo que la escala de la fotografía es aproximadamente $1:4000$ con respecto al terreno real, utilice el amplificador para elaborar un plano del terreno de tal forma que 1cm equivalga a 10m . Posteriormente, responda las siguientes preguntas:
 - a. La ubicación exacta de los puntos R, T y H en el plano es de suma importancia, explique ¿cómo haría para colocarlos?
 - b. Indique a qué distancia (en centímetros) estará R de T, H de R y H de T en el plano elaborado.
 - c. Explique ¿a qué distancia real (en metros) estarán la toma de agua: R de T, H de R y H de T?

Figura 5. Cursos bimodales 2013: Problema del módulo Software de Geometría Dinámica para la Educación Secundaria. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemáticas en Costa Rica (2013 b).

La unidad didáctica explica con detalle la solución y realiza un análisis del problema, pero además ofrece indicaciones metodológicas y sugerencias para su incorporación en la acción de aula.

Las prácticas de autoevaluación y exámenes en línea son similares a las que se usan en los módulos de uso de historia.

En cuanto a la UVA correspondiente, se puede ver en las siguientes figuras la portada y algunas páginas de la unidad, que solo puede ser desarrollada por los docentes en línea.

Para aumentar los elementos multimediales se incluye el uso de avatares en ciertos momentos de las unidades (Voki, <http://www.voki.com>, que es de uso gratuito).

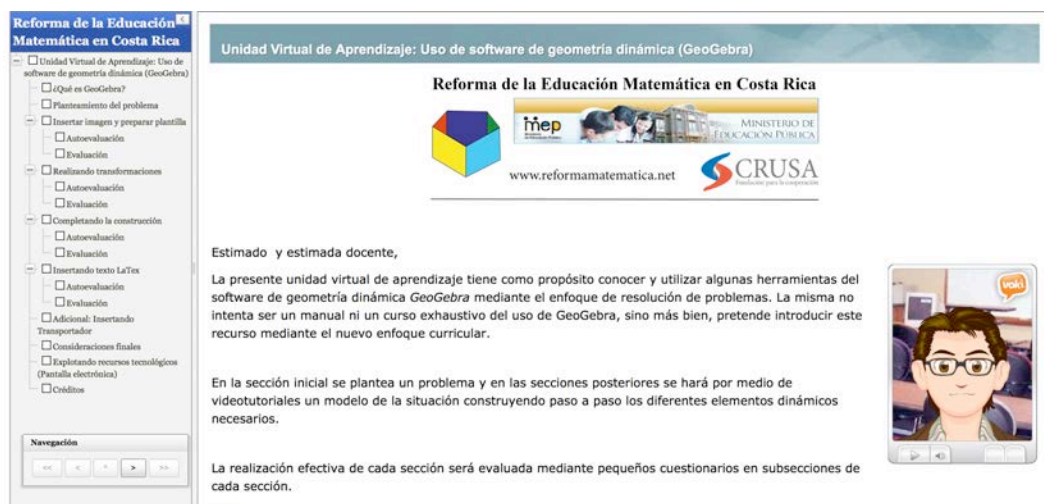


Figura 6. Cursos bimodales 2013. Página de Unidad Virtual. Portada. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemáticas en Costa Rica (2013 d).

El usuario recibe instrucciones para que realice trabajo usando Geogebra, los procedimientos en muchos casos se le explican mediante videos diseñados especialmente.

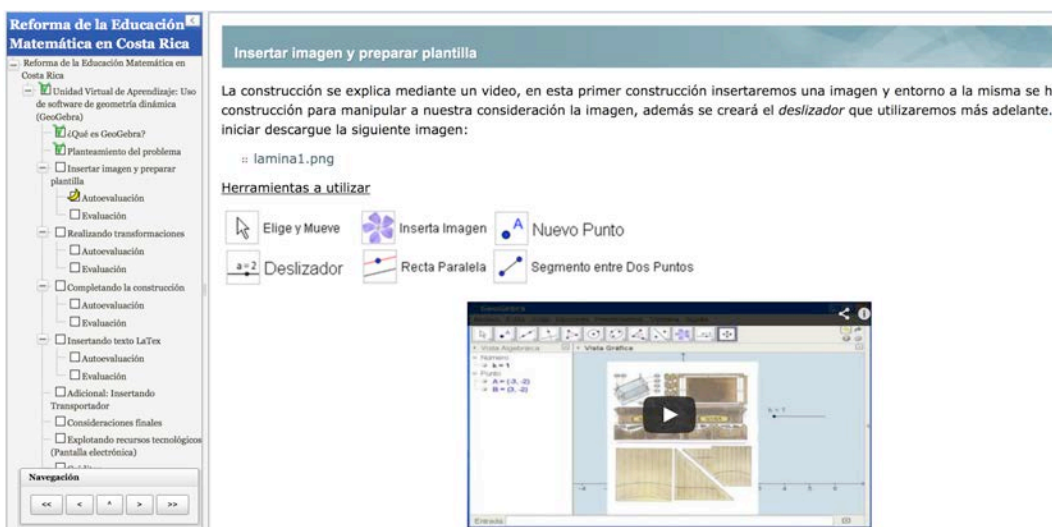


Figura 7. Cursos bimodales 2013. Página de Unidad Virtual. Página de instrucciones. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemáticas en Costa Rica (2013 d).

En la UVA se incluye lo que debería ser el producto esperado por la acción del docente con el software, lo que se consigna en la siguiente figura.

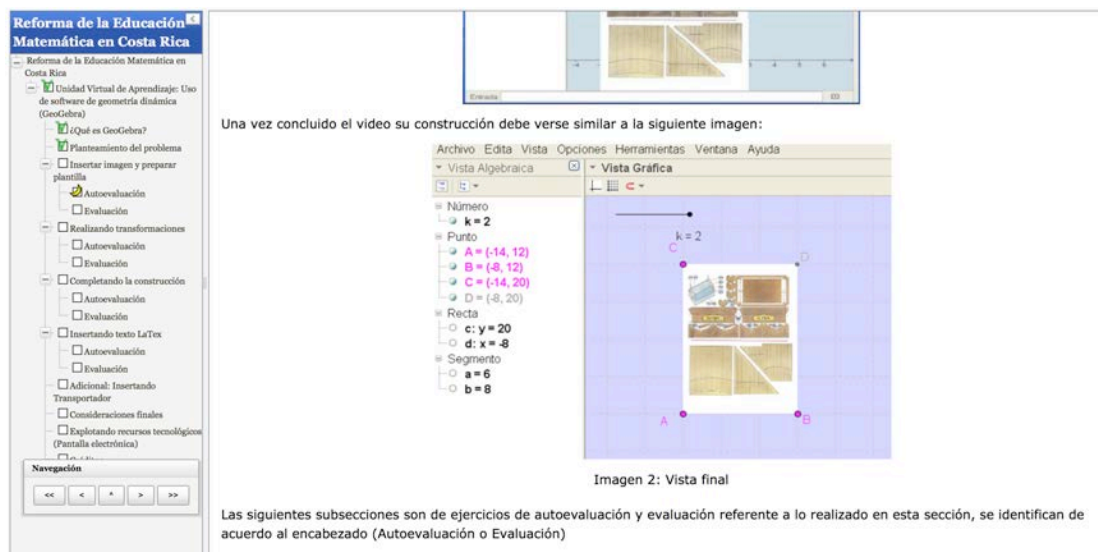


Figura 8. Cursos bimodales 2013. Página de Unidad Virtual. Situación esperada después de acción docente independiente. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemáticas en Costa Rica (2013 d).

8. Cursos virtuales, planes piloto y comunidad virtual

Una segunda estrategia de capacitación que sigue el proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica es la realización de cursos enteramente virtuales que usan la estructura de los llamados MOOC: *Massive Open Online Course*, que consiste en cursos basados en lecciones semanales dictadas por expertos en el tema y apoyadas con videos explicativos, foros y actividades de aprendizaje centradas en los estudiantes y las teorías del conectivismo. Dadas las nuevas perspectivas a nivel mundial para la formación en línea, las experiencias en e-learning logradas en Costa Rica (Ramírez, 2013a) y las necesidades de capacitación de los profesores en servicio sobre los nuevos programas de matemática, este modelo permite implementar cursos de forma ágil, escalable y acorde a las necesidades de la población destino.⁴

Como señala Ramírez Vega (2013b): “Este planteamiento consiste en el diseño e implementación de un conjunto de cursos de capacitación para docentes de matemáticas bajo la modalidad de MOOCs, utilizando la plataforma *Class2go* desarrollada por la Universidad de Stanford. (Pp. 1-2)

Es interesante mencionar por qué se decidió de usar *Class2go*:

(...) *Class2go* (...) presenta muchas de las ventajas (...) como soporte de videos alojados en *Youtube*, interfaz sencilla para creación de cursos, progreso de los estudiantes, asignación de

⁴ Con Ramírez (2013b):

El primer MOOC consistió en un curso impartido por George Siemens y Steven Downes en 2008 mientras desarrollaban la tesis del conectivismo. Lo cual resultó en un esfuerzo que posteriormente fue denominado MOOC por Dave Cormier y Brian Alexander (Downes, 2012). En 2010 dos profesores de la Universidad de Stanford abrieron un curso en esta modalidad sobre Inteligencia Artificial, el cual contó con una gran demanda con más de 100 000 estudiantes de 200 países alrededor del mundo; posteriormente esta iniciativa ofreció otros cursos universitarios bajo el nombre de *Udacity*. Por su parte, otros profesores de la misma universidad crearon la plataforma denominada *Coursera* en octubre de 2011, iniciando con dos cursos del área de computación, hasta lograr expandirse a 120 cursos a finales del 2012 y con más de 1.2 millones de estudiantes matriculados en estos cursos (Herman, 2012). Paralelo a estas iniciativas han surgido otras que han permitido satisfacer la demanda de este tipo de cursos a nivel mundial (eduX, Miriada X, Khan Academy, entre otras).

actividades, etc. Además, esta plataforma posee una documentación completa sobre su instalación, funcionamiento de módulos y directrices para los instructores de los cursos. Recientemente, los desarrolladores de esta plataforma en conjunto con el grupo de *edX*, se encuentran trabajando en la mejora de *Class2go*, la cual esperan lanzar para finales de julio del 2013. (Ramírez Vega, 2013b).

Otras plataformas fueron descartadas: *CourseBuilder* (de Google) por limitaciones en cuanto al tamaño de archivos y tráfico web gratuitos, *OpenMOOC* (con apoyo de la UNED de España y el Centro Superior para la Enseñanza Virtual) por estar en fase de desarrollo y prueba.

Debe subrayarse, en Costa Rica: “Sería una primer experiencia de cursos MOOC a nivel centroamericano diseñados exclusivamente para la capacitación de docentes de matemáticas.” (Ramírez Vega, 2013b, p. 2). Y una de las primeras en el mundo.

El proyecto ha usado la plataforma Moodle también para coordinar el desarrollo de los planes piloto. En esencia, este medio permite que los docentes realicen sus preguntas y expresen sus opiniones en los foros que posee la plataforma, tengan acceso a los documentos que guían el piloto, y accesen los instrumentos de percepción que se requiere. Todo esto ordena y simplifica el desarrollo de los planes.

Una comunidad virtual de Educación Matemática se ha escogido para brindar identidad a los reformadores, ofrecer toda la documentación acerca de las diversas acciones que se llevan a cabo en el país, y dar espacios para la interacción docente. La plataforma usada es *Drupal* (<http://drupal.org>), que ofrece todas las prestaciones técnicas necesarias para este proyecto. La comunidad incluye los programas y el plan de transición, conecta con los planes piloto, cursos bimodales, y todas las actividades que realiza el proyecto. Véase la figura siguiente.



Figura 9. Página inicial del portal de la Comunidad Virtual de Educación Matemática. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto de Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 c).

La comunidad enlaza con páginas especiales en Facebook, Twitter y Google +.

Conclusión

Dentro del escenario de la reforma, el uso de la historia y las tecnologías ocupa un papel importante. En primer lugar porque se han definido como ejes curriculares, en segundo porque ocupan espacios en los procesos de capacitación docente que se han dado en ese país.

En lo que se refiere a la historia, si bien se plantean diversas opciones de uso, se privilegia acudir a situaciones históricas para utilizar las Matemáticas contenidas en ellas con un tratamiento de cierta profundidad que permita extraer la construcción de aprendizajes en el aula (contenidos y habilidades esperadas). El sentido del uso de historia aunque también pretende crear dentro de los estudiantes una perspectiva sobre la disciplina, está vigorosamente influido por objetivos pedagógicos precisos asociados al nuevo currículo de Matemáticas aprobado en el 2012.

En cuanto a la tecnología, su introducción busca establecer puentes con las condiciones de las nuevas generaciones condicionadas en mucha medida por la tecnología del contexto, algo esencial en la acción de aula. Pero también redimensionar varios de los tópicos escolares que con tecnología se pueden apreciar de otra manera y encontrar significados distintos (semejanzas y congruencias por medio de homotecias, visualización de objetos del espacio que se mueven, el impacto de cambios de parámetros en la visualización de funciones cuadráticas, etc.), su papel en la construcción de modelos matemáticos, y renovar el significado de la resolución de problemas. La tecnología de la comunicación (Internet) abre oportunidades valiosas para el trabajo de aula.

La tecnología de la comunicación se ha planteado en esta reforma curricular, también, como un instrumento privilegiado para poder desarrollar capacitaciones masivas y a la vez con cierto control de la calidad y fidelidad de las mismas a los planteamientos de los reformadores. De igual manera, el uso de tecnología de esta manera obedece a los ritmos intensos de estos procesos de capacitación pues los reformadores de Costa Rica requieren llegar a un punto de “no retorno” que impida que retroceda la reforma planteada y lograr que ésta pueda materializarse independientemente de cambios gubernamentales o de nuevos escenarios sociales. También, la estrategia novedosa para la capacitación en usos de tecnología, que incluye unidades didácticas a la vez que unidades virtuales de aprendizaje, responde a un contexto en que no se puede asegurar la existencia de las condiciones apropiadas de infraestructura y apoyo logístico para una capacitación en todo el país (se enfatiza el uso de Internet). También resulta novedoso identificar en los MOOC un potencial para propósitos de capacitación docente y avanzar en nuevas estrategias de educación virtual. La tecnología juega un papel adicional mediante una comunidad virtual que sirve a propósitos de brindar información, recursos pedagógicos y crear una identidad para los educadores que asumen como suya esta reforma tan profunda. Todos estos usos poseen un poderosa sinergia.

El proyecto reformador que se ha desarrollado en Costa Rica asume que esta utilización intensiva de tecnología constituye una vía para potenciar la reforma curricular permitiendo interactuar con poblaciones más amplias (aumentando el impacto de las acciones), trabajando de una manera más flexible y eficiente que prescinde de muchas limitaciones que impone la distancia física, construyendo objetos de capacitación que son escalables, que son evaluables de una manera precisa y colocándose en las perspectivas dominantes del escenario que vive el planeta. Esto cultiva una cultura del uso de tecnología en la educación nacional.

Tanto en el uso de la historia como de las tecnologías se muestra la *perspectiva de la praxis* que tiene como su foco generar dentro de un país en vías de desarrollo diversos instrumentos curriculares, formativos, materiales educativos, establecidos *desde un inicio* para lograr propósitos en la acción de aula.

Agradecimientos

Al proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Proyecto del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, con el apoyo de la *Fundación de Colaboración Costa Rica - Estados Unidos de Norteamérica* CRUSA, y la administración financiera de la *Fundación Omar Dengo* de Costa Rica. <http://www.reformamatematica.net>.

A Julián Ruiz Blais, por la edición filológica.

Bibliografía y referencias

- Barber, M. & Mourshed, M. (2007). How the World's Best-Performing School Systems Come Out On Top, McKinsey & Company, Social Sector Office. http://www.mckinsey.com/client-service/social_sector/our_practices/education/knowledge_highlights/best_performing_school.aspx
- Brousseau, G. (1998). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Downes, S. (2012). Connectivism and Connective Knowledge: essays on meaning and learning networks. *National Research Council Canada*, http://www.downes.ca/files/books/Connective_Knowledge-19May2012.pdf. Citado por Ramírez Vega (2013b).
- Hernández, L. (2013). UVA: Unidades Virtuales de Aprendizaje. Manuscrito sin publicar.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2013). Página web oficial. <http://www.mep.go.cr/CSE/informacion.aspx>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013a). *René Descartes y la Geometría Analítica*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013b). *Software de geometría dinámica para Educación Secundaria*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013c). *Comunidad virtual de Educación Matemática* (sitio web). Enlace: <http://www.reformamatematica.net>.
- Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013d). *Unidad virtual de aprendizaje: El uso de software de geometría dinámica en la educación primaria*. Costa Rica: autor.
- Morales, Y. & Poveda, R. (2013). Plataforma educativa nacional para la formación continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica. Manuscrito sin publicar.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: autor.
- OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework – mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.
- OECD. (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy a framework for PISA 2006*. Paris: autor.
- OECD (2010a). *PISA 2012 Mathematics framework*. Recuperado de <http://www.oecd.org/dataoecd/8/38/46961598.pdf> el 6 de marzo del 2012.
- OECD. (2010b). *Pisa 2009 results: What Students Know and Can Do – student performance in reading, mathematics and science* [Vol. I]. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/48852548.pdf>
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*, Dordrecht: Kluwer Academic Publ.

- Herman, R. L. (2012). The MOOCs Are Coming. *The Journal of Effective Teaching*, 12(2), 1–3. Citado por Ramírez Vega (2013b).
- Ramírez Vega, A. (2013a). *Diseño, desarrollo e implementación del curso MA-1404 Cálculo para estudiantes del TEC mediante estrategias de e-learning* (Tesis de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática asistida por computadora). Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica.
- Ramírez Vega, A. (2013b). MOOCs para la capacitación de docentes en los nuevos Programas de Matemática. Manuscrito sin publicar.
- Rico, L. & Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Ruiz, A. (1987). Fundamentos para una nueva actitud en la enseñanza moderna de las Matemáticas Elementales. *Boletín de la Sociedade paranaense de matemática*. Vol. VIII(1), Junio, Curitiba, Brasil.
- Ruiz, A. (1990). Matemáticas: una reconstrucción histórico-filosófica para una nueva enseñanza. Publicado en UNESCO. *Educación Matemática en las Américas VII (Actas de la VII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, celebrada en República Dominicana, 12-16 julio 1987)*. Republicado en *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. N. 7. Julio 2011. Costa Rica.
- Ruiz, A. (1992). Las matemáticas modernas en las Américas, Filosofía de una Reforma, *Educación matemática (Revista Iberoamericana de Educación Matemática)*: Vol. 4, No. 1, Vol. 4, No. 1, abril 1992, México.
- Ruiz, A. (2000). *El desafío de las Matemáticas*. Heredia, Costa Rica: EUNA.
- Ruiz, A. (2006). *Universalización de la Educación Secundaria y Reforma Educativa*, San José, Costa Rica: EUCR-CONARE.
- Ruiz, A. (2011). La lección de matemáticas a través de estudios internacionales con videos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8, Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6950/6636>
- Shimizu, Y. (2007). What are the characteristics of Japanese Lessons Emerged by the International Comparisons? En Isoda, M; Stephens, M.; Ohara, Y. & Miyakawa, T. *Japanese Lesson Study in Mathematics*, Singapore: World Publishing Co.
- Downes, S. (2012). Connectivism and Connective Knowledge: essays on meaning and learning networks. *National Research Council Canada*, http://www.downes.ca/files/books/Connective_Knowledge-19May2012.pdf.
- Herman, R. L. (2012). The MOOCs Are Coming. *The Journal of Effective Teaching*, 12(2), 1–3.